Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Volume III (VIII), № 8 (68)

MATHEMATIK

EXISTENZ KÜRZESTER WEGE

Von S. COHN-VOSSEN

(Vorgelegt von I. M. Vinogradow, Mitglied der Akademie, d. 25. VI. 1935)

Für die Differentialgeometrie im Grossen erweist es sich als wichtig, die Existenz kürzester Wege unter möglichst schwachen Voraussetzungen über das betrachtete geometrische Gebiet zu beweisen. Ein Satz dieser Art ist von H. Hopf und W. Rinow aufgestellt worden (1). In der vorliegenden Note soll das zitierte Ergebnis verallgemeinert werden.

1. In einem topologischen Raum R sei (ab) eine zunächst beliebige Funktion aller Punktepaare a, b von R. Wenn für drei Punkte a, x, b die Relation $(ax) + (xb) = (ab)$ gilt, so schreiben wir axb und sagen, x liege zwischen a und b. Ist S ein Bogen, also das stetige Bild $x(t)$ des Intervalls $0 \leqslant t \leqslant 1$ in R, so nennen wir S eine Strecke von $x(0)$ nach $x(1)$, falls für $0 \leqslant t_1 \leqslant t_2 \leqslant t_3 \leqslant 1$ stets gilt $x(t_1)\, x(t_2)\, x(t_3)$. Eine Strecke von a nach b bezeichnen wir im folgenden stets mit ab. Das stetige Bild $y(t)$ des einseitig offenen Intervalls $0 \leqslant t < 1$ nennen wir einen Strahl T, wenn T als Punktmenge in bezug auf R abgeschlossen ist, und wenn für $0 \leqslant t_1 \leqslant t_2 < 1$ das Bild des Teilintervalls $t_1 \leqslant t \leqslant t_2$ stets eine Strecke $y(t_1)\, y(t_2)$ ist. Z. B., fällt unter diesen Begriff ein gewöhnlicher Strahl der euklidischen Ebene, wenn (ab) die Entfernungsfunktion bezeichnet; dagegen erhalten wir keinen Strahl, wenn wir von einer eulklidischen Strecke einen Endpunkt fortlassen, denn dann ist die Bedingung der Abgeschlossenheit verletzt.

Nun erfülle die Funktion (ab) folgende Axiome:

I. $(ab) > 0$ für $a \neq b$.

II. Die drei Relationen $p_n \to p$, $(pp_n) \to 0$, $(p_n p) \to 0$ sind gleichbedeutend.

III. $(ab) + (bc) \geqslant (ac)$ für jedes Punktetripel a, b, c.

IV. Zu jedem Punkt p gibt es eine positive Zahl r mit folgenden Eigenschaften:

a) ist q ein Punkt mit $(pq) \leqslant r$, so existiert eine Strecke pq.

b) ist q ein Punkt mit $(pq) > r$, so existiert ein Punkt x mit pxq und $(px) = r$.

Man beachte, dass die Symmetrie der Entfernungsfunktion (ab) nicht vorausgesetzt wird. Die Axiome sind offenbar erfüllt, wenn R ein Riemannscher Raum ist. Es genügt auch, wenn R ein lokalkompakter abgeschlossener Teilbereich eines Riemannschen Raumes, und ausserdem in bezug auf die geodätischen Linien «sternkonvex» in jedem Punkte ist, z. B. Oberfläche und Äusseres eines Tetraeders im euklidischen Raum, oder ein abgeschlossener Teilbereich einer Fläche, dessen Rand aus geodätischen Bogen besteht. Als Strecken treten in diesen Beispielen Züge aus geodätischen Bogen auf, die endlichviele Knickpunkte haben können.

Unter alleiniger Voraussetzung unserer Axiome gilt

S a t z 1: *Zu jedem beliebigen Punktepaar a_1, a existiert entweder eine Strecke $a_1\,a$ oder ein von a_1 ausgehender Strahl, dessen Punkte alle zwischen a_1 und a liegen.*

Beweis: Wir nehmen an, es existiere keine Strecke $a_1\,a$. Dann werden wir den im Satz 1 erwähnten Strahl aus einer Folge von Strahlen $a_k\,a_{k+1}$ zusammensetzen. Die Endpunkte a_k dieser Strecken, etwa a_2, bestimmen wir so: Sei T_1 die obere Grenze der Entfernungen (a_1x) für alle solche Punkte x, für die eine Strecke $a_1\,x$ existiert, und fur die a_1xa gilt. Dann ist $T_1 \leqq (a_1a)$, da ja aus a_1xa folgt $(a_1x) \leqq (a_1a)$. Andererseits ist $T_1 > 0$ nach Axiom IV. Für a_2 wählen wir nun irgendeinen Punkt der Menge x mit $(a_1x) \geqq \frac{1}{2}T_1$. Anschaulich gesprochen: Wir ziehen von a_1 aus eine nicht allzu kleine «auf a gerichtete» Strecke a_1a_2. Da keine Strecke a_1a existiert, ist $a_2 \neq a$; wir können also von a_2 aus wiederum eine «nicht zu kleine auf a gerichtete» Strecke a_2a_3 ziehen, u. s. w. Man erkennt elementar, dass der Bogen $a_1a_2 + a_2a_3 + \ldots + a_{k-1}\,a_k$ bei jedem k eine Strecke a_1a_k mit $a_1a_k\,a$ ist. Für die analog T_1 definierten Zahlen T_k folgt also nach unserer Konstruktion: $\frac{1}{2}(T_1 + \ldots + T_k) \leqq T_1$, also $T_k \to 0$. Der unendliche Streckenzug $W = a_1a_2 + \ldots + a_{k-1}\,a_k + \ldots$ ist nun gerade ein Strahl, wie wir ihn suchen. An dieser Behauptung is nicht trivial nur das eine, dass W abgeschlossen ist, und das folgt elementar, wenn wir zeigen, dass die a_k keinen Häufungspunkt in R haben können. Nehmen wir nun an, die a_k hätten einen Häufungspunkt p. Dann sieht man, dass $W + p$ eine Strecke a_1p mit a_1pa, also eine von a_1 aus auf a gerichtete Strecke S wäre. Da keine Strecke a_1a existiert, wäre $p \neq a$, also gäbe es von p aus eine auf a gerichtete Strecke px. Andererseits bestimmte jedes a_k eine Teilstrecke a_kp von S, und man sieht, dass $a_kp + px$ eine von a_k aus auf a gerichtete Strecke a_kx wäre. Also wäre $(a_kx) \leqq T_k$, also erst recht $T_k \geqq (px)$; im Widerspruch dazu haben wir bewiesen, dass $T_k \to 0$.

In diesem Beweis haben wire das Axiom IV explizit benutzt. Die übrigen Axiome werden bei den elementaren Betrachtungen gebraucht, die wir übergangen haben.

Der Beweis lehrt, dass auf dem Strahl W eine Folge von Punkten, nämlich

a_k liegt, deren Abstände $(a_k a_{k+n}) \leqslant T_k$, gegen Null konvergieren, und die keinen Häufungspunkt haben. Eine solche Möglichkeit wird aber ausgeschlossen, wenn wir annehmen, dass der Raum R im Sinne von Fréchet vollständig ist. Somit folgt.

Satz 2: *Erfüllt R die Axiome I bis IV und ist überdies vollständig, so bestimmt jedes Punktepaar a, b eine Strecke ab.*

2. Wir lassen nun die Voraussetzung der Vollständigkeit fallen, fordern aber die lokale Kompaktheit von R, also das Axiom. V. Zu jedem Punkt p gibt es eine positive Zahl s, so dass die Menge der Punkte x mit $(px) \leqslant s$ kompakt ist.

Dann lässt sich zeigen, dass folgende drei Axiome gleichbedeutend sind:

A. Es gibt keinen beschränkten Strahl.

B. R ist vollständig.

C. Jede beschränkte Menge ist kompakt.

In der anfangs zitierten Arbeit ist die Äquivalenz dieser Axiome im Fall eines 2-dimensionalen Riemannschen Raumes gezeigt worden; es kommt darauf an zu zeigen, dass C aus A folgt, da es ja klar ist, dass B aus C und A aus B folgt.

Wir beweisen A $\rightarrow$ C indirekt, nehmen also an, es gibt eine beschränkte Folge p_n ohne Häufungspunkt, und keinen beschränkten Strahl. Dann gibt es für einen beliebigen Punkt p eine endliche obere Grenze R der Radien aller kompakten Kugeln vom Mittelpunkt p; R ist nicht grösser als der Durchmesser der beschränkten Menge p, p_n $(n = 1, 2...)$, andererseits nach Axiom V positiv. Weil es keinen beschränkten Strahl gibt, existieren Strecken pp_n für alle n. Da die Menge p_n nicht kompakt ist, liegen fast alle p_n ausserhalb der kompakten Kugel K vom Mittelpunkt p und vom Radius $\frac{1}{2} R$. Auf fast allen Strecken pp_n können wir daher die Länge $\frac{1}{2} R$ abtragen, und die Endpunkte x_n dieser Teilstrecken besitzen einen Häufungspunkt p'. Wir wiederholen nun die vorige Konstruktion, indem wir p' an die Stelle von p treten lassen, und erhalten einen Punkt p''. Eine elementare Rechnung auf Grund der Axiome I bis III lehrt, dass der Bogen $pp' + p'p''$ eine Strecke pp'' ist. So fortfahrend, erhalten wir eine Punktfolge $p^{(k)}$ für alle k. Man sieht leicht dass der Durchmesser dieser Folge nicht grösser als der der Folge (p, p_n) ist. Andererseits zeigt es sich aber, dass der Streckenzug $pp' + ... + p^{(k-1)} p^{(k)} + ... = W$ ein Strahl ist.

Zunächst sieht man elementar, dass jeder Teilbogen von W eine Strecke ist. Hätten nun die $p^{(k)}$ einen Häufungspunkt q, so folgte wiederum elementar, dass die $p^{(k)}$ gegen q konvergieren müssten. Dann wäre, wenn $R^{(k)}$ analog R definiert wird, $(p^{(k)} p^{(k+1)}) = \frac{1}{2} R^{(k)} \rightarrow 0$. Andererseits gäbe es eine kompakte Kugel K_0 vom Mittelpunkt q und dem Radius s. Für fast alle k, nämlich für $(qp^{(k)}) \leqslant \frac{1}{2} s$, läge die Kugel vom Mittelpunkt $p^{(k)}$ und dem Radius $\frac{1}{2} s$ innerhalb K_0, wäre also kompakt, es wäre also $K^{(k)} \geqslant \frac{1}{2} s$ im Widerspruch

zu $R^{(k)} \nrightarrow 0$. Somit wäre W tatsächlich ein Strahl, und zwar ein beschränkter Strahl, denn wir erwähnten schon, dass die Folge $p^{(k)}$ beschränkt ist. Wir haben also einen Widerspruch zur Annahme, es gäbe keinen beschränkten Strahl. Der Beweis lehrt zugleich: Ist R nicht kompakt, so ist jeder Punkt von R Ausgangspunkt eines Strahles.

3. Man kann an einigen einfachen Beispielen die Unabhängigkeit der Axiome I bis V zeigen. Andererseits lässt es sich zeigen, dass man in diesem System das Axiom IV durch das scheinbar schwächere Axiom ersetzen kann: IV′. Zu jedem Punkt p gibt es eine positive Zahl r_0, so dass zu jedem Punkt q und jedem positiven r mit $r \leqslant r_0$ und $r \leqslant (pq)$ ein Punkt x mit pxq und $(px)=r$ existiert. IV′ enthält offenbar IVb. Dass IVa, also die Existenz der Strecken «im Kleinen», aus IV′ sowie aus I, II, III, V folgt, kann man durch die Konstruktion einer Kette abzählbar vieler Punkte zeigen, deren abgeschlossene Hülle die gesuchte Strecke ist.

Mathematisches Institut der Akademie
der Wissenschaften der UdSSR. Moskau.

Eingegangen
d. 25. VI. 1935.

ZITIERTE LITERATUR

[1] H. Hopf u. W. Rinow, Comm. math. Helv., 3, 1931.—S. B. Myers, Duke math., vol. 1, 1935.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Volume III (VIII), № 8 (68)

MATHÉMATIQUES

SUR QUELQUES THÉORÈMES FONDAMENTAUX CONCERNANT LA MEILLEURE APPROXIMATION DES FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES INDÉPENDANTES

Par. E. J. REMES

(*Présenté par S. N. Bernstein, de l'Académie, 22. VII. 1935*)

La présente note a pour but de compléter en quelques points les résultats acquis à ce jour dans la théorie générale des questions d'existence considérée, à laquelle P. Kirchberger, L. Tonelli, C. de la Vallée-Poussin, A. Haar ont déjà consacré des recherches importantes d'un vif intérêt. On trouverea une exposition plus détaillée du sujet, ainsi que l'examen d'une série d'autres questions concernant principalement la résolution effective, dans mon travail plus étendu à paraître prochainement en langue ukrainienne.

1. Soit donné un système incompatible d'équations linéaires, en nombre fini ou infini,

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n = l, \tag{1}$$

où $x_1, x_2, \ldots, x_n$ sont les inconnues à déterminer approximativement, dont le nombre n est fixé, tandis que les coefficients $a_1, a_2, \ldots, a_n, l$, sont variables, le point $(a_1, a_2, \ldots, a_n, l)$ parcourant un certain ensemble borné G de points dans l'espace à $n+1$ dimensions correspondant.

Q désignant un point dans cet espace et Δ l'écart

$$l - (a_1x_1 + a_2x_2 + \ldots + a_nx_n) = \Delta, \tag{2}$$

nous considérons le problème d'approximation minimum*, qui consiste à minimiser la quantité

$$\sup_{Q \subset G} |\Delta| = L(x_1, x_2, \ldots, x_n), \tag{3}$$

dont la borne inférieure exacte soit ρ.

---

* Notation due à L. Goedseels et à de la Vallée-Poussin [1].

Ce problème embrasse, d'une part, le cas d'un système d'équations empiriques et, d'autre part, les cas assez variés du problème général de la meilleure approximation d'une fonction bornée donnée par une combinaison linéaire de n fonctions données, egalement bornées.

La notion de la dépendance linéaire se présentera dans la suite. Nous dirons que r formes linéaires

$$f_i \equiv a_i x + b_i y + \ldots + h_i v \qquad (i = 1, 2, \ldots, r) \tag{4}$$

sont linéairement dépendantes entre elles, s'il existe un système de constantes $k_1, k_2, \ldots, k_r$, dont une au moins diffère de zéro, telles que l'on ait

$$k_1 f_1 + k_2 f_2 + \ldots + k_r f_r \equiv 0. \tag{5}$$

Nous dirons que les mêmes r formes sont linéairement dépendantes entre elles au sens étroit, si dans (5) toutes les r constantes diffèrent de zéro et s'il n'existe aucune autre dépendance analogue à moindre nombre de termes.

2. Soit d'abord que l'ensemble G se compose d'un nombre fini m de points. L'existence d'une solution au moins pour le problème posé se démontre sans peine.

Théorème 1. L'approximation minimum ρ pour le système d'équations (1) est en même temps approximation minimum pour un certain système partiel de r équations, dont les parties gauches sont linéairement dépendantes entre elles au sens étroit. En designant par ν le rang de la matrice des parties gauches du système (1), *on aura* $1 \leqslant r \leqslant \nu + 1$ (2).

La démonstration peut se fonder immédiatement sur deux lemmes:

Lemme 1. *Si dans le système d'inégalités*

$$f_i \equiv a_i x + b_i y + \ldots + h_i v > 0. \qquad (i = 1, 2, \ldots, \mu + 1;\ \mu \geqslant 1) \tag{6}$$

les μ premières sont compalible, tandis que l'adjonction de la dernière inégalité rend le système incompatible, alors il existe un système de constantes non négatives $k_1, k_2, \ldots, k_\mu$, telles que l'on ait

$$f_{\mu+1} \equiv -k_1 f_1 - k_2 f_2 - \ldots - k_\mu f_\mu. \tag{7}$$

Lemme 2. *Aux conditions du lemme précédent, si $f_{\mu+1}$ n'est pas identiquement égale à zéro on aura également une identité*

$$f_{\mu+1} \equiv -K_{\mathrm{I}} f_{\mathrm{I}} - K_{\mathrm{II}} f_{\mathrm{II}} - \ldots - K_{(s)} f_{(s)}, \tag{8}$$

où $K_{\mathrm{I}}, K_{\mathrm{II}}, \ldots, K_{(s)}$ désignent cette fois des constantes positives, $f_{\mathrm{I}}, f_{\mathrm{II}}, \ldots, f_{(s)}$, étant quelques-unes d'entre les formes $f_1, f_2, \ldots, f_\mu$, linéairement indépendantes entre elles.

Le premier lemme, évident dans le cas d'une seule variable indépendante, s'établit par voie d'induction complète pour un nombre quelconque de variables. En passant au second lemme, on démontre que chaque fois q'on a déjà établi une identité du type de (8), dans laquelle les formes $f_{\mathrm{I}}, f_{\mathrm{II}}, \ldots, f_{(s)}$, sont linéairement dépendantes entre elles, on pourra la remplacer par une autre de la même espèce, où le nombre s des formes à droite est diminué, les constantes demeurant positives.

3. Soit, en second lieu, l'ensemble de points G infini (en général non dénombrable). Nous désignerons par système élargi le système d'équations linéaires qui correspond à l'ensemble fermé $G^\circ = G + G'$, en désignant par G' l'ensemble dérivé de G. La quantité (3), ainsi que la solution même du problème, ne changent pas lorsqu'on remplace G par G°. Le rang de la matrice du système (1) peut être supposé égal à n: autrement, le problème se réduit à un problème analogue à moindre nombre d'inconnues. L'existence d'une solution se laisse établir, ici encore, sans peine.

Théorème 2. *L'approximation minimum* ρ *pour le système* (1) *est en même temps, dans ce cas encore, approximation minimum pour un certain système partiel fini de* r *équations,* $1 \leqslant r \leqslant n+1$, *qui appartiennent au «système élargi» et dont les parties gauches sont linéairement dépendantes entre elles au sens étroit.*

La démonstration s'achève presque immédiatement après avoir établi ce fait, d'une portée décisive, qu'à tout nombre $\rho_1 < \rho$ on peut faire correspondre un système partiel fini d'équations, pour lequel l'approximation minimum $\rho' > \rho_1$. Pour former un tel système partiel, on prendra d'abord n équations quelconques du système (1), pourvu que leur déterminant soit différent de zéro. Exigeant que les écarts Δ pour ces n équations ne dépassent pas $\max_{Q^k \subset G^\circ} |l| \geqslant \rho$, nous établissons certaines bornes pour les valeurs des inconnues $x_1, x_2, \ldots, x_n$. À chaque point du domaine ainsi borné de l'espace $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ nous ferons correspondre quelque voisinage et, d'autre part, un certain point Q de l'espace $(a_1, a_2, \ldots, a_n, l)$, tel que l'écart Δ soit pour l'équation correspondante du système (1) plus grand que ρ_1 pour n'importe quelle position du point $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ dans le voisinage en question. En appliquant un lemme connu de E. Borel, on annexera aux n équations précédentes un certain nombre d'équations du même système (1), de telle sorte que l'ensemble en possède déjà la propriété exigée $\rho' > \rho_1$.

4. En vertu des théorèmes 1 et 2 on est amené à considérer avant tout la résolution du problème d'approximation minimum pour un système élémentaire de r équations incompatibles, dont les parties gauches sont linéairement dépendantes entre elles au sens étoit. En remplaçant dans l'identité (5) correspondante les f_i par les différences $l - \Delta$, on trouve aisément la valeur de ρ pour ce système, après quoi la solution même se détermine immédiatement. La solution n'est unique ici que lorsqu'on a $r = n+1$.

À l'examen du même cas élémentaire se rattache naturellement une certaine généralisation du théorème bien connu de C. de la Vallée-Poussin établissant une borne inférieure pour ρ.

Les précédentes considération peuvent servir de base dans les recherches de nouvelles méthodes pour la solution effective (exacte ou approchée) des problèmes généraux ci-dessus indiqués*.

Académie des Sciences d'Ukraine,
Institut de Mathématiques. Kiev.

Manuscrit reçu
le 22. VII. 1935.

LITTÉRATURE CITÉE

[1] Ann. Soc. Sci. Bruxelles, 1910—1911. [2] De la Vallée-Poussin, ibid.— P. Kirchberger, Math. Ann., t. 57. [3] C. R., Paris, 11/VI, 30/VII (1934).

* Cf., en particulier, les deux algorithmes d'approximations successives, que j'ai indiqués, pour le cas des polynomes d'approximation à une seule variable ([3]).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Volume III (VIII), № 8 (68)

PHYSIK

VERALLGEMEINERUNG DER DIRACSCHEN METHODE ZUR ERMITTELUNG DER ENERGIENIVEAUS EINES SYSTEMS MITTELS PERMUTATIONEN ALS OPERATOREN FÜR DEN FALL MEHRFACHER AUSGANGSNIVEAUS

Von V. G. NEVZGLIADOV

(*Vorgelegt von A. N. Krylov, Mitglied der Akademie, d. 13. VII. 1935*)

Es seien n gleiche Teilchen gegeben, deren Wechselwirkung als gering betrachtet werden kann. Nach Dirac [1] kann der Operator der Störungsenergie in Form einer Funktion von Permutationen als Operatoren dargestellt werden. und zwar

$$V = \sum\nolimits_P V_P P. \tag{1}$$

Die Eigenwerte dieses Operators geben Korrektionen erster Ordnung zur Energie eines Systems gleicher Teilchen. Wir stellen uns die Aufgabe, diese Formel für den Fall mehrfacher Quantenbahnen, die in der Nullannäherung jedem einzelnen Teilchen zugeschrieben werden, zu verallgemeinern, d. h. für den Fall, wo ausser der Permutationsentartung noch irgendeine andere Entartung vorliegt.

Wir wollen jede Quantenbahn mit zwei Buchstaben $E_i\ \alpha_{ir}$ bezeichnen; E bedeutet hier das Energieniveau, während die Indices bei der andern Quantenzahl α folgendes angeben: der erste—auf welches Energieniveau sich diese Zahl bezieht, und der zweite—welche Quantenzahl aus derjenigen Reihe gewählt wurde, die einer und derselben Energie entspricht. Die Funktion, welche in der nullten Näherung die Gleichung von Schrödinger befriedigt, hat folgende Form

$$(x_1 | E_1\alpha_{1k})(x_2 | E_2\alpha_{2l}) \ldots (x_n | E_n\alpha_{nm}) = (x | EA_i\alpha). \tag{2}$$

Wenn dem Energieniveau E_1 s_1 verschiedene Werte des Integrals der Bewegung α (Index k nimmt also s_1 Werte an), dem Niveau E_2 s_2 Werte u. s. w., dem Niveau E_n, endlich, s_n Werte entsprechen, so wird es offenbar $N = s_1 s_2 \ldots s_n$ verschiedene Funktionen (2) geben. Wir numerieren diese verschiedenen Funktionen mit Hilfe des Symbols A_i, wo, also, der Index i die Werte von 1 bis N durchläuft (das Symbol A_i kann als linearer Operator—«Operator der Substitution der Werte» betrachtet werden).

Durch Permutation der Koordinaten oder der Quantenzahlen $(E_i\ \alpha_{ir})$, erhalten wir aus jeder Funktion (2) $n!$ Funktionen von der Form

$$\left(x | P(EA_i\alpha)\right), \tag{3}$$

welche in der nullten Näherung die Gleichung von Schrödinger befriedigen. Wir werden diese Funktionen im Nachstehenden Funktionenfamilie, die dem Symbol A_i entspricht, nennen. Es gibt also im Ganzen N Familien. Das Energieniveau $E = E_1 + E_2 + \ldots E_n$ des Systems erscheint im ungestörten Zustande $N \cdot n!$ mal entartet. Derjenige Teil der Matrix der Störungsenergie, welcher sich auf ein Ausgangsniveau der Energie E

$$\left\| \left(P_r(EA_i\alpha) | V | P_q(EA_k\alpha)\right) \right\| \tag{4}$$

bezieht, enthält also $N \cdot n!$ Zeilen und Kolonnen. Ordnen wir diese Zeilen und Kolonnen folgendermassen an: wir wählen eine bestimmte Reihenfolge aller $n!$ Permutationen und ordnen in dieser Reihenfolge alle Funktionen der Familie A_1, dann in derselben Reihenfolge alle Funktionen der Familie A_2 u. s. w. und endigen mit der Familie A_n. Auf diese Weise wird Matrix (4) in N^2 Quadrate, jedes aus $(n!)^2$ Elementen bestehend, zerlegt. Die auf der Diagonale liegenden Quadrate bestehen aus Elementen, welche sich auf eine Familie beziehen, und können ohne weiteres durch den Operator (1) von Dirac ersetzt werden. Es stellt sich heraus, dass die Seitenquadrate, welche aus Elementen bestehen, die sich auf zwei verschiedene Familien von Funktionen beziehen, auch durch eninen ähnlichen Operator ersetzt werden können. Wir haben offenbar:

$$(x \mid EA_i\alpha) = \big(Px \mid P\,(EA_i\alpha)\big),$$

wo P eine beliebige Permutation ist, folglich

$$\big(x \mid P_k\,(EA_i\alpha) = \big(Px \mid P_k P\,(EA_i\alpha)\big),$$

und da wir die Störungsenergie als symmetrisch in bezug auf alle Teilchen betrachten, so erhalten wir

$$\big(P_r P\,(EA_i\alpha) \mid V \mid P_q P\,(EA_k\alpha)\big) =$$

$$= \int \big(P_r P\,(EA_i\alpha) \mid x')\,dx'\,(x' \mid V \mid x'')\,dx''\,(x'' \mid P_q P(EA_k\alpha)\big) =$$

$$= \int \big(P_r P\,(EA_i\alpha) \mid Px')\,dx'\,(Px' \mid V \mid Px'')\,dx''\,(Px'' \mid P_q P\,(EA_k\alpha)\big) =$$

$$= \int \big(P_r\,(EA_i\alpha) \mid x')\,dx'\,(x' \mid V \mid x'')\,dx''\,(x'' \mid P_q\,(EA_k\alpha)\big) =$$

$$= \big(P_r\,(EA_i\alpha) \mid V \mid P_q\,(EA_k\alpha)\big).$$

Indem wir $P = P_q^{-1}$ setzen, erhalten wir

$$\big(P_r P_q^{-1}(EA_i\alpha) \mid V \mid EA_k\alpha\big) = \big(P_r\,(EA_i\alpha) \mid V \mid P_q\,(EA_k\alpha)\big) = \sum\nolimits_P V_P^{ik}\,\delta_{P,\ P_r P_q^{-1}},$$

wo, zwecks Abkürzung

$$V_P^{ik} = \big(P\,(EA_i\alpha) \mid V \mid EA_k\alpha\big)$$

gesetzt ist.

Da nun die Matrix $\delta_{P,\ P_r P_q^{-1}}$ nichts anderes, als die Heisenbergsche Darstellung des Operators P bedeutet [wenn man, nach Dirac, P als «Observable» im begrenzten Sinne betrachtet, d. h. wenn deren Repräsentant nur auf Funktionen von der Form (3) einwirkt], so kann die Matrix der Störungsenergie (4), durch folgenden Operator ersetzt werden:

$$V = \left\| \begin{array}{c} \sum_P V_P^{11} P, \ldots, \sum_P V_P^{1N} P \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \sum_P V_P^{N1} P, \ldots, \sum_P V_P^{NN} P \end{array} \right\|. \qquad (5)$$

Der Rang dieser Matrix (deren jedes Element als Operator erscheint) ist der Zahl N der Familien gleich. Wenn nur ein Teilchen vorliegt, so ist die Vielfachheit der Entartung der Bahn desselben $s_1 = N$—dies wird auch die ganze Entartung sein, keine Permutationsentartung ist vorhanden. Alle Permutationen P mit Ausnahme der identischen verlieren ihren Sinn, so dass der Operator (5) in eine einfache Matrix der secularen Störung des Einkörper-

problems übergeht. Falls aber für ein System von n Teilchen keine Zusat zentartung existiert, so ist die Zahl N der Familien gleich eins, wobei der Operator (5) in (1) übergeht.

Setzen wir die Anwendungsregeln des verallgemeinerten Operators (5) fest. Es muss ein $n!$-dimensionaler «Permutationenraum» mit Einheitsvektoren (welche beliebig gewählte Anordnungen von n Gegenständen bezeichnen)

$$\varphi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \ldots \varphi_{n!} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix} \qquad (6)$$

gebildet werden.

Auf diesen Einheitsvektoren sind N Vektoren aufzubauen, wobei jeder Vektor einer Familie A_i zugeordnet werden muss:

$$C_{i1}\varphi_1 + C_{i2}\varphi_2 + \ldots + C_{is}\varphi_s + \ldots + C_{in!}\varphi_{n!} = \xi_i. \qquad (i = 1, 2, \ldots, N) \quad (7)$$

Der Operator (5) stellt einen Tensor zweiten Ranges in einem N-dimensionalen Raum der Familien A_1 dar; die Elemente dieses Tensors sind auch Tensoren zweiten Ranges, jedoch in einem andern Raume, nämlich im Permutationenraume von $n!$ Dimensionen, der für alle Elemente d e r s e l b e ist, d. h. auf denselben Einheitsvektoren (6) aufgebaut ist. Dies ist wesentlich, weil wenn wir jedem Operator P in (5) Indices P^{ik} erteilt hätten, welche andeuteten, auf welche Familien sich der Operator bezieht, und wenn wir, folglich, auch die φ_s mit diesen Indices φ_s^{ik} versehen hätten, so würden wir die nötige charakteristische Gleichung nicht erhalten. Die Tatsache, dass die Permutationen P in verschiedenen Familien v e r s c h i e d e n e Mengen von Quantenzahlen umstellen, ist bereits durch die Koefficienten V_p^{ik} bei den Operatoren P berücksichtigt worden.

Wir finden also die Eigenwerte des Operators (5) wie folgt:

$$V \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \xi_N \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \xi_N \end{pmatrix}.$$

Indem wir die Komponenten der links- und rechtsstehenden Vektoren gleichmachen, erhalten wir N Gleichungen von der Form

$$(\sum\nolimits_P V_P^{i1} P)\,\xi_1 + (\sum\nolimits_P V_P^{i2} P)\xi_2 + \ldots + (\sum\nolimits_P V_P^{iN} P)\,\xi_N = \lambda \xi_i. \quad (i = 1, 2, \ldots, N) \quad (8)$$

Wenn wir nun in diese Gleichungen die Werte von ξ_i aus (7) einsetzen und die Koefficienten bei den φ gleich Null setzen, so werden wir aus jeder Gleichung (8) $n!$ Gleichungen erhalten. Insgesamt wird also ein System von $N \cdot n!$ homogenen Gleichungen zur Bestimmung von $N \cdot n!$ Unbekannten C_{is} vorliegen. Indem wir die Determinante dieses Systems gleich Null setzen, erhalten wir eine charakteristische Gleichung zur Bestimmung der Eigenwerte λ (Korrektionen zu den Energieniveaus).

Dieselbe charakteristische Gleichung könnten wir, allerdings, direkt von der Matrix (4) ausgehend herleiten. Sie wird nicht $N \cdot n!$ verschiedene Wurzeln liefern. Zwischen diesen Wurzeln wird es unvermeidlich auch mehrfache geben—sogenannte natürliche Entartung. Wenn man diesen Umstand in Betracht zieht, so wird es bequem sein, vom Operator (5) auszugehen, um Vereinfachung zu erzielen.

Dirac zeigt, dass die Formel (1) sich bequem anwenden lässt, um den Mittelwert der Energie verschiedener Zustände zu finden, welche einem

isolierten durch die Gesamtheit der Eigenwerte $\chi'(P)$ bestimmten System angehören (wo $\chi(P_a) = (n!)^{-1} \sum_P PP_aP^{-1}$ ist). Dieser Mittelwert ist $\sum_P V_P \chi'(P)$ gleich und ist eigentlich kein Mittelwert von mehreren Werten, sondern ein einziger Wert, weil in jedem isolierten System (d. h. in einer bestimmten «Statistik») dem Energieniveau eine Permutationsentartung entspricht (sogenannte natürliche Entartung), welche durch eine symmetrische Störung nicht beseitigt werden kann.

Wenn wir in dem verallgemeinerten Operator (5) alle Operatoren P durch die Zahlen $\chi'(P)$, welche das isolierte System (Statistik) bestimmen, ersetzen, so werden die Eigenwerte der erhaltenen Matrix N-ten Ranges Korrektionen erster Ordnung zur Energie ergeben. Wir erhalten, allgemein gesagt, ein N-faches Multiplett.

Der Mittelwert der Energie dieses Multipletts (eigentlich der Korrektionen erster Ordnung)—gleich der durch N dividierten Matrixspur—wird lauten:

$$\frac{1}{N}\left[\sum_P V_P^{11}\chi'(P) + \sum_P V_P^{22}\chi'(P) + \ldots\right] = \frac{1}{N}\sum_P\left(\sum_{i=1}^{N} V_P^{ii}\right)\chi'(P). \qquad (9)$$

Alles gesagte betrifft beliebige Teilchen. Was die Elektronen anbelangt, welche laut Erfahrung sich in einem einzigen isolierten System (Statistik von Pauli genannt) befinden, so kann die angeführte Theorie nur bei einer genäherten Betrachtung der Elektronen angewandt werden. Wenn man, nämlich, von den Spinkräften im Hamiltonschen Operator absieht, so zerfallen die Zustände des Systems von Elektronen in fast-isolierte Systeme von Zuständen (zwischen welchen Übergänge selten vorkommen werden).

Dirac zeigt, dass man für Elektronen den Permutationenraum durch den Spinraum laut Formel

$$P_{ik} = -\frac{1}{2}\left\{1 + (\vec{\sigma}_i\vec{\sigma}_k)\right\}$$

ersetzen kann.

Dieser Ersatz ist im Operator (5) zwecks Berechnung der Aufspaltung des ungestörten Niveau vorzunehmen. Mit Hilfe dieser Formel muss man die fast-isolierten Zustandssysteme, welche durch die Gesamtheit der durch den resultierenden Spin S und durch die Zahl n der Teilchen ausgedrückten Werte $\chi'(P)$ bestimmt sind, berechnen und dieselben alsdann in den Operator (5) an Stelle der Permutationen P einsetzen.

Die Formel (9) wird den einem einzigen fast-isoliertem System entsprechenden Mittelwert der Korrektionen erster Ordnung zur Energie des Multipletts ergeben. Die Gesamtzahl solcher Systeme beträgt $\frac{n}{2}+1$ für gerades n und $\frac{n+1}{2}$ für ungerades n.

Jedes Niveau, dessen mittlere Energie durch die Formel (9) (N-faches Multiplett) gegeben ist, ist auch ein $(2s+1)$-faches Multiplett—entsprechend der Zahl der Projektionen des resultierenden Spins S (wenn man von den Spinkräften nicht absieht).

Zum Schluss betrachte ich es als meine angenehme Pflicht, meinen herzlichen Dank Professor J. E. Frenkel auszusprechen, der mich auf dieses Thema aufmerksam gemacht hat.

Physikalisch-technisches Institut.
Leningrad.

Eingegangen
d. 13. VII. 1935.

ZITIERTE LITERATUR

[1] P. A. M. Dirac. The Principles of Quantum Mechanics, ch. XI. Dortselbst siehe Bezeichnungen.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Volume III (VIII), № 8 (68)

CHEMIE

PHYSIKALISCH-CHEMISCHE UNTERSUCHUNG DER GOLDMANGAN-LEGIERUNGEN

Von V. A. NEMILOV und A. A. RUDNICKIJ

(Vorgelegt von N. S. Kurnakov, Mitglied der Akademie. d, 19. V. 1935)

Die erste Erforschung des Goldmangansystems fällt in das J. 1915. Damals gelangten N. Parravano und U. Perret (1) mit Anwendung der Methoden der thermischen Analyse und des Härtegrades zur Schlussfolgerung über das Vorhandensein von Eutektik im Gebiet von 25—75 Atom % Au und eines Härteminimums bei 50 Atom % Au. L. Hahn und S. Kyropoulos(2) haben im J. 1926 mittels der thermisch-analytischen Methode das Vorhandensein einer kontinuierlichen Reihe von festen Lösungen und ein Härtemaximum nach Moos bei 50 Atom % Au nachgewiesen.

Im J. 1933 ziehen H. Moser, E. Raub und E. Vincke (3) unter Anwendung der thermischen und der Härtegradsmethode nach Brinell den Schluss über das Vorhandensein eines Maximums auf der Schmelzbarkeitskurve bei 50 Atom % Au, das der Verbindung AuMn entspricht, und von Eutektik bei 26 Atom % Au. Gleichzeitig konstatierten sie 3 Umwandlungen in festem Zustande, ohne dieselben aber näher zu charakterisieren.

Im J. 1934 untersuchten H. Bumm und U. Dehlinger (4) das System Gold-Mangan unter Anwendung der röntgenographischen Methode, und wiesen das Vorhandensein zweier Umwandlungen in festem Zustande bei 50 und 75 Atom % Au nach. Sie bestreiten die Bildung einer chemischen Verbindung AuMn aus geschmolzenem Zustande.

Wir haben unsere Untersuchung mit Hilfe der thermischen Methode und der Methoden des Härtegrads, der Mikrostruktur und der elektrischen Leitfähigkeit ausgeführt. Als Materialien für die Herstellung der Legierungen dienten Mangan, vorbereitet nach Goldschmidt, das eine Beimischung von Si—0.35%, Fe—0.30% und Al—0.29% enthielt, und metallisches Gold mit einem Gehalt an Beimischungen von ungefähr 0.02%.

Die Legierungen wurden in einem Hochfrequenzofen im Vakuum hergestellt. Die Proben zur Prüfung von Härte, Mikrostruktur und elektrischen Leitfähigkeit hatten ein Gewicht von 15—20 g. Die Legierungen für die

thermische Analyse besassen ein Gewicht von 30—50 g und wurden in einem Kryptolofen hergestellt. Alle Legierungen wurden analysiert.

Das Aufzeichnen der Abkühlungskurven wurde mittels eines Platin-Platinrhodiumthermopaares durch ein registrierendes Pyrometer vom System N. Kurnakov ausgeführt. Die Ergebnisse der Untersuchung sind in Abb. 1 veranschaulicht. Die Schmelzbarkeitskurve bietet Minima bei 20 und 70 Atom % Au und ein Maximum, entsprechend dem Komponentenverhältnis 1 : 1. Die Legierung mit 2.75 Atom % Au hat eine Umwandlung bei 566°, die Legierung mit 11.06 Atom % Au eine solche bei 596°. Es ist möglich, dass diese Stockungen durch Umwandlung von β-Mangan in α-Mangan bedingt werden.

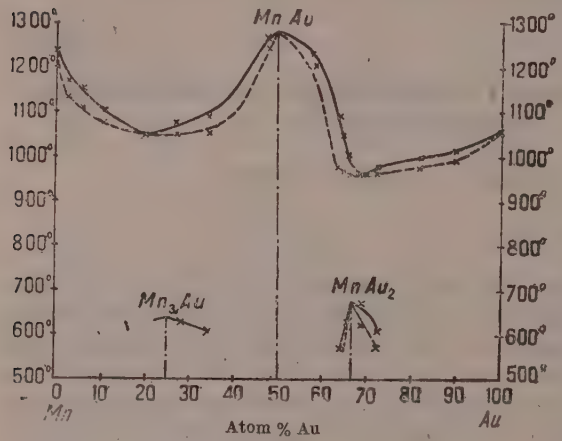


Fig. 1.

Im Gebiet von 20—35 Atom % Au gibt es eine Reihe von Stockungen, die aller Wahrscheinlichkeit nach durch die Bildung der chemischen Verbindung Mn_3Au aus der festen Lösung herbeigeführt werden. Diese Mutmassung wird sehr deutlich von den Resultaten der Untersuchung der elektrischen Eigenschaften des Systems bestätigt.

In den Legierungen mit einem Gehalt von ungefähr 66.6 Atom % Au findet eine Umwandlung statt, die durch die Bildung der chemischen Verbindung Au_2Mn aus einer festen Lösung hervorgerufen wird. Dass diese Phase tatsächlich eine chemische Verbindung darstellt, wird durch andere Methoden der physikalisch-chemischen Analyse bekräftigt.

Die Härte wurde nach der Methode von Brinell untersucht. Alle Legierungen wurden im Lauf von 7 mal 24 Stunden bei einer Temperatur von 600° ausgeglüht, darauf wurde die Temperatur langsam bis auf 400° herabgesetzt, 2 mal 24 Stunden aufrecht erhalten und dann langsam auf die Zimmertemperatur gebracht. Die an Mangan reichen Legierungen mit einem Goldgehalt bis 30 Atom % erwiesen sich als derartig spröde, dass sie sogar bei geringem Druck in Stücke fielen.

Die Form der Härtegradskurve der Legierungen ergibt zwei Minima bei 50 und 66 Atom % Au und bestätigt das Vorhandensein im ausgeglühten Zustand der chemischen Verbindungen AuMn und Au_2Mn. Zwecks Untersuchung des Zustandes des Systems bei einer Temperatur, die höher als die Umwandlungstemperatur ist, wurden alle Legierungen einem Abschrek-

ken bei 800—850° unterworfen, nachdem sie eine Stunde lang bei dieser Temperatur ausgehalten worden waren. Die Form der Härtegradskurve der abgeschreckten Legierungen weist dasselbe Minimum bei 50 Atom % Au wie auch die der ausgeglühten Legierungen auf und ein sanftes Maximum im Gebiet von 66 Atom % Au anstatt des Minimums bei den ausgeglühten Legierungen. Dieser Umstand weist darauf hin, dass die chemische Verbindung AuMn auch bei hohen Temperaturen besteht und sich wahrscheinlich bei dem Übergang der Legierung aus geschmolzenem in festen Zustand bildet; während die chemische Verbindung Au_2Mn in festem Zustand aus einer feste Lösung entsteht und bei hohen $t°$ nicht vorkommt.

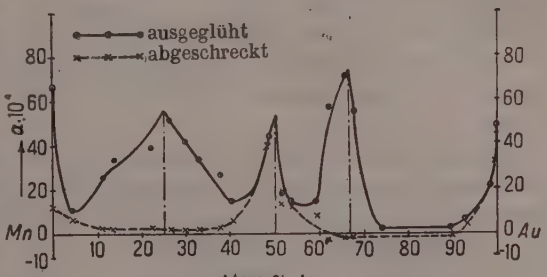


Fig 2.

Die Proben für die Messung der elektrischen Leitfähigkeit wurden mittels Ansaugung in Porzellanröhrchen nach der Methode von N. I. Stepanov hergestellt, denn infolge der Sprödigkeit der Legierungen konnten Proben in Form gewalzter und gezogener Drähte nur für goldreiche Legierungen verfertigt werden (92.5 und mehr Atom % Au). Die Messung des elektrischen Widerstandes wurde bei Temperaturen von 25 und 100° ausgeführt. Der Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstandes wurde für das Intervall 25—100° berechnet. Der Untersuchung unterlagen ausgeglühte und abgeschreckte Legierungen. Die thermische Bearbeitung wurde ebenso wie bei der Untersuchung des Härtegrades durchgeführt. Fügt man Gold zum Mangan hinzu, so steigt der elektrische Widerstand der abgeschreckten Legierungen, erreicht ein sanftes Maximum bei 10—15 Atom % Au und sinkt sodann bei 50 Atom % Au, indem er einen singulären Minimumpunkt ergibt, der auf das Vorhandensein der chemischen Verbindung AuMn in den abgeschreckten Legierungen hinweist.

Bei weiterer Erhöhung des Goldgehaltes steigt der elektrische Widerstand aufs neue, erreicht das sanfte Maximum bei *ca.* 60 Atom % Au und sinkt wieder nach dem reinen Golde zu. Die Form der Kurve des elektrischen Widerstandes der abgeschreckten Legierungen weist zweifels-ohne auf das Vorhandensein bei hohen Temperaturen der chemischen Verbindung AuMn hin, die mit beiden Komponenten feste Lösungen bildet. Die Form der Kurve des elektrischen Widerstandes der ausgeglühten Legierungen ist ganz anders geartet. Ausser dem singulären Minimumpunkt bei 50 Atom % Au (chemische Verbindung AuMn) weist sie noch zwei singuläre Minimumpunkte auf, die den Verbindungen $AuMn_3$ (25 Atom % Au) und Au_2Mn (66 Atom % Au) entsprechen. Die letzten beiden Verbindungen entstehen in festem Zustand aus Lösungen.

Im vollen Einklang mit den Kurven des elektrischen Widerstandes stehen die Kurven der Temperaturkoeffizienten (Abb. 2).

Bei den abgeschreckten Legierungen haben wir eine gleichmässige Kurve mit einem singulären Maximumpunkt bei 50 Atom % Au, der auf das Vorhandensein der chemischen Verbindung AuMn hinweist; bei den ausgeglühten Legierungen 3 singuläre Punkte: bei 25 Atom % Au (Verbindung $AuMn_3$), bei 50 Atom % Au (Verbindung AuMn) und bei 66 Atom % Au (Verbindung Au_2Mn).

Die Mikrostruktur bestätigt die mit anderen Methoden gewonnenen Befunde. Die ausgeglühten und abgeschreckten Legierungen bilden bei 50 Atom % Au polygonale, homogene Körner der chemischen Verbindung AuMn.

Legierungen, die den chemischen im festen Zustand entstandenen Verbindungen entsprechen, bilden abgeschreckt typische feste Lösungen, geglüht weisen sie eine charakteristische strichartige Nadelförmigkeit auf, die chemischen im festen Zustand entstandenen Verbindungen eigen ist.

Die von uns gewonnenen Resultate weichen einigermassen von den Ergebnissen anderer Autoren ab. Nach unseren Befunden scheidet aus geschmolzenem Zustand die chemische Verbindung AuMn aus, die mit den Komponenten Gold und Mangan feste Lösungen bildet.

Beim Sinken der Temperatur scheiden aus den festen Lösungen bei 650—700° neue chemische Verbindungen, $AuMn_3$ und Au_2Mn aus. Diese chemischen Verbindungen erweitern die Reihe der schon bekannten analogen Beispiele: Cu_3Au und CuAu [5], PtFe [6], Cu_3Pt und CuPt[7], $PtCr_2$ und PtCr[8] u. a. m.

Institut für allgemeine und anorganische Chemie,
Akademie der Wissenschaften der UdSSR
Moskau.

Eingegangen
d. 19. V. 1935.

ZITIERTE LITERATUR

[1] N. Parravano u. U. Perret, Gazz. Chim. Ital., **45**, I, 293, (1915). [2] L. Hahn u. S. Kyropoulos, ZS. f. anorg. Chemie, **95**, 105, (1916). [3] H. Moser, E. Raub u. E. Vincke, ZS. f. anorg. Chemie, **210**, H. 1, 67, (1933). [4] H. Bumm u. U. Dehlinger, Metallwirtschaft, **13**, № 2, 23/25 (1934). [5] Н. Курнаков, С. Жемчужный и М. Заседателев, Изв. Сиб. политехн. инст., 22 (1914). [6] В. А. Немилов, Изв. Платинового инст. АН, **7** (1929). [7] Н. С. Курнаков и В. А. Немилов, Изв. Платинового инст. АН, **8**, 5, (1931). [8] В. А. Немилов, Изв. Платинового инст. АН, **11**, 125, (1933).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Volume III (VIII), № 8 (68)

CHEMICAL ENGINEERING

ON THE HEAT OF THE REACTION BETWEEN KAOLIN BURNT AT DIFFERENT TEMPERATURES AND $Ca(OH)_2$

By P. P. BUDNIKOV (BUDNIKOFF)

(Communicated by. V. I. Vernadskij, Member of the Academy, 19. IV. 1935)

Beginning with 1887 and up to the present day kaolin burnt at different temperatures has been repeatedly the object of investigations by mineralogists and chemists. In this short paper we will not review the literature existing on this question; we will merely note two contrary tendencies existing in the views on the reactions that take place in the process of burning kaolin.

As a result of his pioneer investigations of burnt kaolin, Le Chatelier (1) came to the conclusion that kaolin loses in the course of burning its water and decomposes into the following oxides: $Al_2O_3.2\ SiO_2.2H_2O = Al_2O_3 + 2\ SiO_2 + 2\ H_2O$. This view on the process of decomposition of kaolin when burnt was prevalent among chemists of this country and abroad. But shortly after the first work of Le Chatelier, there appeared in 1891 the work of Academician V. I. Vernadskij (2) concerning the properties of burnt kaolin. V. I. Vernadskij returned to this question repeatedly, and, as is known, came to the following conclusion, which is nearly diametrically opposite to the one cited above: when heated to 400—500°, kaolin only loses its water and is converted into metakaolinite: $Al_2O_3.2SiO_2.2H_2O Al_2O_3.2SiO_2 + 2H_2O$; the latter is stable nearly up to 1000—1200°. To the same conclusion came much later also Ginsberg (3), according to whose data kaolin loses its water nearly completely at temperatures ranging from 400 to 600°, passing through an intermediate product, metakaolinite: $Al_2Si_2O_7(1-q-p)H_2O + p\ H_2O$. V. I. Vernadskij(4) is of the opinion that the anhydride formed possesses the following polymorphous formula $(Al_2O_3.2SiO_2)_n$. At over 1000° it decomposes, SiO_2. Al_2SiO_5, and an anhydride with a higher content of alumina, $pAl_2O_3.qSiO_2$, where p is greater than q, being evolved.

The investigations of the solution heat of kaolin burnt at different temperatures by Klever (5) definitely decided the question in favour of the views of V. I. Vernadskij on the reaction taking place during the burning of kaolin.

The present investigation did not purpose to study the reactions taking place during the burning of kaolin, because we regard this question to be sufficiently clear. Our aim was to ascertain how the products of burning kaolin react when coming into contact with a saturated solution of calcium hydroxide. Le Chatelier thought that the silica formed in the process of decomposition of kaolin combines chemically with the lime. But at present it has been proved that other products of the decomposition of kaolin, viz. metakaolinite, enter into the reaction.

In the course of our inverstigation of the properties of kaolin burnt at different temperatures, we ascertained that in the process of the reciprocal

action of kaolin and a solution of lime, a considerable quantity of heat is evolved, depending on the burning temperature.

The present paper is devoted to the reactions that take place during the interaction of kaolin burnt at different temperatures with $Ca(OH)_2$, and also to the methods of investigating these reactions.

We investigated washed Prosyanaya kaolin of the following chemical composition:

SiO_2	46.71 per cent
Al_2O	38.97 » »
Fe_2O_3	0.46 » »
TiO_2	0.32 » »
CaO	0.18 » »
Loss due to burning	13.41 » »

A microscopical examination of kaolin showed it to consist mostly of minute laminae some thousandths of a mm in diameter. They are transparent in the passing light and with crossed nicols have a dull grayish interferential colouring of the first order. Laminae of a diameter attaining 0.06 mm occur in an inconsiderable quantity. The refraction index of the laminae is about 1.56 (determined by the immersion method). It was impossible to determine accurately the quantitative optical constants in the laminae of kaolin by the usual method of investigation with the aid of a polarization microscope, because their size does not allow to make proper measurements, so we were obliged to use the method of staining.

Kaolin that had been dried at 110° C was treated with an aqueous solution of methylene blue. After this operation, the preparation was placed under the microscope, where the results of staining were obserwed. The bulk of the kaolin was stained weakly and homogeneously, and only laminae attaining 0.06 mm in diameter showed a more intense colouring, which made them conspicuous in the homogeneous mass. If these laminae belong to some other mineral (possibly to hydrated mica) and not to kaolinite, they may be neglected on account of their unconsiderable quantity and it can be assumed that our kaolin consists of kaolinite, and the following formula can be attributed to it on the ground of chemical analysis: $H_2Al_2Si_2 \cdot H_2O$.

If the above-mentioned laminae (with a diameter reaching 0.06 mm) are considered to be a mechanical admixture to the kaolinite, their insignificant quantity will hardly influence the results of our investigation.

A weighed sample of 10 g was heated in a platinum crucible in a platinum electrical furnace at temperatures of 500, 600, 700, 750, 800, 850, 900, 1000, 1100, 1150° C during 1 hour, whereafter it was quickly cooled. The temperature of burning was measured with the aid of Le Chatelier thermocouple placed inside the powdered kaolin. The heating of the furnace was uniform. In the kaolin burnt at 500° there remained 7.57 p. c. of chemically bound water, after burning at 600°, 0.65 p. c., after 700°, 0.13 p. c. At higher burning temperatures no water remained in the kaolin. Burnt kaolin was rubbed up in an agate mortar and screened on a sieve of 10 000 mesh/cm^2.

For the determination of the heat evolved in the process of interaction of burnt kaolin with $Ca(OH)_2$ an isotermic Bunsen calorimeter was used, in which diphenyl methane ([7]), whose melting point is about 24 C°, was substituted for water. This calorimeter ([8]) is shown in Fig. 1. The calorimeter *A* is provided with the protecting glass *B*, which encloses a delivery pipe with the funnel *D* for mercury. To secure a better insulation, the air filling

Table

Heat Evolved in the Process of Interaction of Kaolin, Burnt at Different $t°$ with $Ca(OH)_2$

t, °C.		500°		600°		700°		750°		800°		850°		900°		1000°		1100°		1150°	
Time																					
h.	min.	n	N	n	N	n	N	n	N	n	N	n	N	n	N	n	N	n	N	n	N
0	00	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	30	2	2	1.68	1.68	4.00	4.00	2.94	2.94	0.425	0.425	3.00	3.00	1.50	1.50	1.00	1.00	0	0	0	0
1	00	1	3	2.94	4.62	2.00	6.00	3.36	6.30	0 425	0.85	3.00	6.00	1.50	3.00	1.50	2.50	0.25	0.25	0	0
1	30	0.4	3.4	0.84	5.46	3.50	9.50	2.10	8.40	0.425	1.27	1.50	7.50	3.00	6.00	1.50	4.00	0	0.25	0	0
2	00	0	3.4	0.42	5.88	0.5	10.00	1.68	10.08	0.425	1.70	0.75	8.25	1.50	7.50	2.50	6.50	0	0.25	0	0
2	30	0	3.4	0	5.88	0.25	10.25	0.64	10.72	0.425	2.12	0.50	8.75	1.00	8.50	1.50	8.00	0.25	0.50	0	0
3	00	0	3.4	0	5.88	0	10.25	0.42	11.14	0.425	2.55	0.50	9.25	1.00	9.00	0.25	8.25	0	0.50	0	0
3	30	—	—	—	—	—	—	—	—	0.425	2.97	0.25	9.50	0.50	9.50	0.25	8.50	0	0.50	0	0
4	00	—	—	—	—	—	—	—	—	0.85	3.82	0	9.50	0	9.50	0	8.50	—	—	—	—
4	30	—	—	—	—	—	—	—	—	0.85	4.67	0	9.50	0	9.50	0	8.50	—	—	—	—
5	00	—	—	—	—	—	—	—	—	0.425	5.10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	30	—	—	—	—	—	—	—	—	0.425	5.52	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6	00	—	—	—	—	—	—	—	—	0.425	5.95	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6	30	—	—	—	—	—	—	—	—	0.85	6.80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	00	—	—	—	—	—	—	—	—	0.85	7.65	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	30	—	—	—	—	—	—	—	—	0.85	8.50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	00	—	—	—	—	—	—	—	—	0.425	8.92	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	30	—	—	—	—	—	—	—	—	0.425	9.35	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	00	—	—	—	—	—	—	—	—	0.85	10.20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	30	—	—	—	—	—	—	—	—	0.85	11.05	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	00	—	—	—	—	—	—	—	—	0.22	11.27	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	30	—	—	—	—	—	—	—	—	0.63	11.90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11	00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11.90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11	30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11.90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12	00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11.90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

n = cal. per 30 min.; N = total number of cal.

the space between the protecting glass and the calorimeter *A* may be exhausted through the stopcock *C*. The whole calorimeter is placed in a water thermostat controlled by a toluene—mercury circuit breaker giving a break of the contact for 0.01° C. The horizontal capillary has a suitable graduation, 1 mm of the scale corresponding to 0.85 cal. The diphenyl methane calorimeter makes it possible to perform investigations at about 25°. The whole apparatus, to eliminate the effect of the fluctuations of temperature in the room, was placed into a large glass case with constant temperature. 1 g of finely ground kaolin remained in the thermostat during 3 hours at 23.45°,

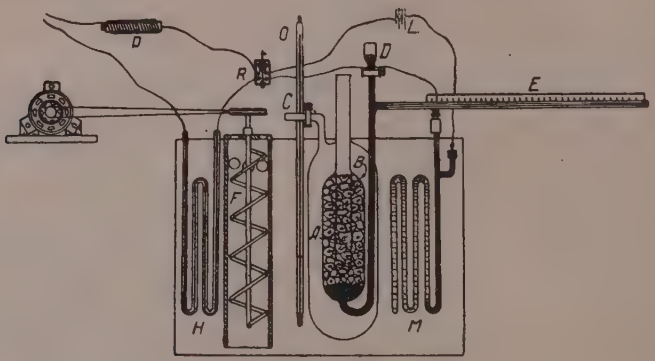


Fig. 1.

whereafter it was quickly introduced through a funnel into a test-tube placed into the water of the inner tube of the calorimeter and containing the necessary (always with the same excess) quantity of lime milk. The substance introduced was quickly and carefully mixed up by a glass rod which had also been kept in the thermostat, and afterwards observations of the process were made based on the movement of the mercury in the capillary tube.

The observations were continued until complete cessation of the process or up to the moment when the heat nearly ceased to evolve. The results of the investigation are shown in the table (*v. p.* 357).

The heat curves obtained in the process of interaction of kaolin burnt at different temperatures with $Ca(OH)_2$ are shown in Fig. 2; on the axis of ordinates is measured the amount of heat evolved in cal., on the axis of abscisses—the time during which the maximum quantity of heat was evolved.

The data obtained show that the highest chemical activity is manifested by kaolin burnt at 800°; this activity remains considerable after burning up to 900° and afterwards falls abruptly and ceases quickty after 1000°.

The dependence of the burning temperature upon the activily of kaolin is shown graphically in Fig. 3, where the quantity of heat evolved is shown on the axis of ordinates, and on that of abcisses is shown the burning temperature of kaolin.

Conclusions

1. Metakaolinite forming during the burning of kaolin enters into a chemical reaction with $Ca(OH)_2$, this reaction being isothermal, which can be seen from the quantity of heat evolved in a diphenyl methane calorimeter.

2. The highest amount of heat was evolved during the interaction of the products of burning kaolin at temperatures ranging from 800 to 900° C., which indicates that the reaction between $Ca(OH)_2$ and metakaolinite goes on energetically; the products of burning kaolin obtained at over 1000° hardly at all react witch $Ca(OH)_2$, and no evolution of heat is to be observed in the calorimeter in this case.

3. The data obtained seem to show that metakaolinite reacts with $Ca(OH)_2$ hydrate of calcium aluminosilicate (of the zeolite type) being formed, and

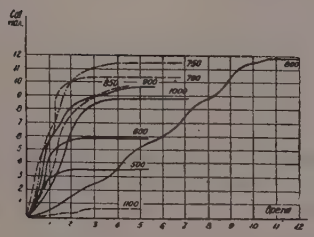


Fig. 2.

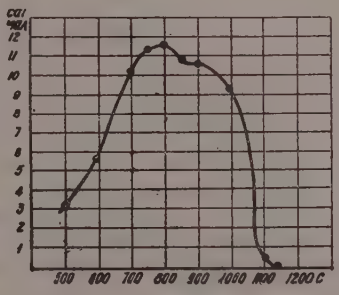


Fig. 3.

that the products of the decomposition of metakaolinite obtained at temperatures over 1000° do not possess the property of combining with $Ca(OH)_2$.

I wish to convey my deep gratitude to Academician V. I. Vernadskij for his valuable suggestions in the course of the present investigation.

Kirov Institute of Chemical Engineering.
Charkov.

Received
19. IV. 1935.

REFERENCES

[1] Le Chatelier, Bull. franç. de min., 1887, X. [2] В. И. Вернадский, Bull. Natur. de Moscou, p. 76, Москва, 1891.—Idem, Об ангидритных глинах, ДАН, № 27 1923, [3] Гинзберг, Никогосян и Читаев, Об изменениях каолинита при нагревании, Труды Института прикл. минералогии и металлургии, в. 22, 1926. [4] В. И. Вернадский, Очерки геохимии, 1934, Горгеоне - теиздат, стр. 117—118. [5] Klever, Новые опыты над обезвоживанием каолина в связи с вопросом о мулите, Glastechn. Ber., Bd. VII, H. 3, 1929. [6] On interaction of clay with lime see П. П. Будников, Труды Экспериментального института силикатов в Москве, вып. 21, 1927. Idem, «Строительная промышленность», № 11—12, 1928, 773.—P. P. Budnikoff, Tonind. Ztg. № 67 (52), 1928, 1369.—Idem, Kolloid. Ztschr., Bd. 39, H. 3, 1926, 270. [7] А. Н. Щукарев, И. П. Кривобабко и Л. А. Щукарева, «Журн. прикладной химии», № 1—2, 1933, стр. 259. [8] Budnikoff u. L. Gulinowa, Die Wärmeentwicklung bei den Reaktionen der hydraulischen Bindemittel, Kolloid. Ztschr., Bd. 67, 1934, H. 1, 88.—Kolloid. Ztschr., Bd. 70, 1935, H. 1, 100—105, ДАН, №7, 1934, 404—411.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Volume III (VIII), № 8 (68)

PLANT PHYSIOLOGY

ON TOXINS OF WILTING

By O. K. ELPIDINA

(Communicated by A. A. Richter, Member of the Academy, 14. VIII. 1935)

Schaffnit (2) and his collaborators have proved conclusively that the wilting of plants attacked by fungi is due to the poisoning of the organism by the toxins derived from the nitrogenous metabolism of the parasitic fungus. The above authors consider these toxins to be amines of a simple structure generated in the medium during the assimilation of proteins by the fungus.

The nature of the toxic principle had not, however, been fully determined by Schaffnit, the latter having confined himself, in proving his suggestion, to indirect observations and to the provoking of wilt in plants by the introduction into cut plants of solutions of various compounds containing amine groups.

The wilting of plants due to fungous and bacterial diseases is of fairly frequent occurrence, the causes of the immunity of some plants being, however, unexplained; the virulence of the activators of wilt is subject to considerable variations, which have so far been inexplicable, and the very problem of combating wilt has so far been devoid of any solid scientific foundation.

The work performed by us with a view to elucidating the chemism of nitrogenous metabolism in one species of *Fusarium* responsible for the wilt of the potato in Middle Asia* has enabled us to study more closely the nature of the toxins of wilt.

With a view to studying its metabolism, *Fusarium* was cultivated on the following media:

1) Richard's mixture**, saccharo-mineral, with nitrogen as KNO_3.

2) A decoction of wheat grains; nitrogen mainly present in the form of albumoses and a small amount of amino-acids (all compounds soluble in water; the nitrogen is reduced nitrogen).

3) Stewed wheat grains; nitrogen mainly in the form of coagulated gliadin and glutenin; no water soluble forms of nitrogen are present.

All the media were thoroughly sterilized and put into flasks in the proportion of 100 cm^3 for liquids and 180 g for stewed grains.

A second sterilization was followed by inoculation with macrospores, suspensions of the latter in sterilized water being introduced into the flasks with a Pasteur pipette at the rate of 3 drops per flask.

---

* The culture was supplied by the phytopathologist K. N. Yatsinina.

** 10 g KNO_3, 5 g KH_2PO_4, 25 g $MgSO_4$, 20 g $FeCl_2$, and 50 g glucose; per litre of H_2O.

All the cultures were kept in a dark thermostatic chamber at a temperature of 40°.

The most vigorous growth of the fungus was observed on stewed wheat. Mycelium first appeared in the upper layers of the substratum, reaching the bottom of the flask in 15—17 days, and developed spores of a slightly crescent-like shape.

A slower growth took place on the wheat decoction.

The surface of the decoction becomes covered with an unbroken film of mycelium.

On Richard's medium, the growth is very slow, the surface film of mycelium forms occasional patches.

Within 20 days, all the media show an obvious reaction to ammonia. 35-day cultures of the fungus after Schaffnit give the highest yields of toxins. By that time, the cultures both on stewed wheat grains and on the decoction have yielded a well developed mycelium, the medium has become markedly alkaline, the evolution of free ammonia being detectable with litmus paper and also by the smell. No evolution of free ammonia from Richard's medium takes place.

Thereafter the growth of the fungus was stopped.

For this purpose, the mycelium of the liquid media was filtered off, while 80 cm³ of distilled water was added to each flask containing stewed wheat cultures. After shaking and acidulation to pH 4.5 (with acetic acid) and half an hour's infusion, the flasks were heated up to 100° for 15 minutes, the liquid of the medium being then filtered off.

In order to inactivate the enzymes, all the extracts obtained were, upon acidulation to pH 4.5 with the same acetic acid, heated over a boiling water bath with reverse cooling.

The removal of resins and slime from these extracts was effected by evaporating *in vacuo* at 40° until dry.

The process of obtaining water extracts from toxins was based on the principle of obtaining toxins applied by Academician Richter (1) in 1928.

Schaffnit's method based on the extraction of toxins from dry residues with methyl alcohol was also used.

A chemical analysis of the extracts for nitrogenous substances gave the following results:

Table 1

Nitrogen Contents in 100 cm³ of Extract

Nitrogen \ Extract	Aqueous extract from grains after Richter	Alcohol extract from grains after Schaffnit	Aqueous extract from decoction after Richter
Total nitrogen	1 225.28	—	185.36
Amine nitrogen	46.00	14.23	33.70
Ammonia nitrogen	48.16	42.42	11.98

The high content of ammonium nitrogen is obvious.

The liquids were tested for toxicity both by Schaffnit's wilting method and by interferometric measurements of permeability variations.

Table 2

Permeability Variations Induced by Toxins

Nos	Toxin preparation	Interferometer reading	Interferometer reading (amplified)	Nos	Toxin preparation	Interferometer reading	Interferometer reading (amplified)
1	Water (control) . . .	0.105	—	8	Leaves in toxin (cf. 7)	0.168	−0.003
2	Leaves in water . . .	0.105	0.000	9	Toxin isolated (cf. 7), with ammonia distilled off.	0.152	—
3	Toxin, isolated. Culture on wheat prepared by the Richter method . .	0.546	—	10	Leaves in toxin . . .	0.150	−0.002
4	Leaves in toxin (cf. 3)	0.602	+ 0.056	11	Toxin, isolated, from culture on wheat prepared after Schaffnit	0.225	—
5	Toxin, isolated (cf. 3), with ammonia distilled off. . . .	0.964	—	12	Leaves in toxin (cf. 11)	0.257	+0.032
6	Leaves in toxin (cf. 5)	0.955	− 0.009	13	Toxin, isolated (cf. 11), with ammonia distilled off. . . .	0.224	—
7	Toxin from wheat decoction (after Richter)	0.165	—	14	Leaves in toxin (cf. 13)	0.215	−0.009

Table 3

Wilting in Extracts with a Different Content of Ammonia

Nos	Conditioning of preparation / Objects	Number of hours	From grains after Richter	From grains after Schaffnit	From decoction after Richter
1	Sweet clover (*Melilotus*)	4	Wilting begins	—	—
		18	Stem drooping, leaves beginning to wilt	—	—
		24	Complete wilting	—	—
		27	Strong wilting and withering	Beginning to wilt	Beginning to wilt.
		32	do	Strong wilting	Strong wilting of lower leaves.
2	Clover (*Trifolium*)	4	Stem and leaves beginning to wilt	—	—
		18	Leaves quite drooping	Beginning to wilt	—
		24	Complete wilting	do	—
		27	Strong wilting and withering	do	Beginning to wilt
		32	do	Strong wilting	Leaves wilting
3	Tomatoes (*Sol. lycopersicum*)	4	—	—	—
		18	Leaves beginning to wilt. Stem fresh	—	—
		24	Complete wilting	—	—
		27	Strong wilting and withering	Beginning to wilt	Beginning to wilt
		32	do	Strong wilting	Lower leaves wilting
		41	do	do	Strong wilting

Table 4

Wilting in Different Extracts

Nos	Substratum of preparation / Objects	Number of hours	Wheat				Decoction	
			Water extract		Alcohol extract		Water extract	
			Undistilled	Distilled	Undistilled	Distilled	Undistilled	Distilled
1	Sweet clover *(Melilotus)*	4	Beginning to wilt	Nil	—	Nil	—	Nil
		18	Stem drooping Leaves beginning to wilt	Nil	—	Nil	—	Nil
		24	Complete wilting	Nil	—	Nil	—	Nil
		27	Strong wilting and withering	Nil	Leaves and stem beginning to wilt	Nil	Leaves beginning to wilt	Nil
		32	do	Nil	Strong wilting	Nil	Strong wilting of lower leaves	Nil
2	Clover *(Trifolium)*	4	Stem and leaves beginning to wilt	Nil	—	Nil	—	Nil
		18	Leaves quite dro oping	Nil	Beginning to wilt	Nil	—	Nil
		24	Complete wilting	Begin.	do	Nil	—	Nil
		27	Strong wilting and withering	do	do	Nil	Beginning to wilt	Nil
		32	do	do	Strong wilting	Nil	Leaves wilting	Nil
3	Tomatoes *(Sol. lycopersicum)*	4	—	Nil	—	Nil	—	Nil
		18	Leaves begin. to wilt	Nil	—	Nil	—	Nil
		24	Complete wilting	Nil	—	Nil	—	Nil
		27	Complete wilting and withering	Nil	Beginning to wilt	Nil	Beginning to wilt	Nil
		32	do	Nil	Strong wilting	Nil	Lower leaves wilting	Nil
		41	do	Nil	do	Nil	Strong wilting	Nil

We experimented upon leaves of *Trifolium*, *Solanum tuberosum* (potato, Early Rose variety) and 20 centimetre high plants of *Melilotus* and *Solanum lycopersicum* (tomato, Pierrette variety).

The physiological action of toxin preparations on the plants was different, as shown in Tables 2 and 3.

A comparison of the toxicity of the preparations with their chemism shows that the liquids enriched with ammonia are the most active as regards increase of permeability and wilting.

It may be supposed that the «toxic principle» is produced in those biochemical processes which also give rise to the formation of ammonia, the latter being a companion substance. On the other hand, it may be supposed that ammonia itself is the toxic principle.

To test these suppositions, the aqueous preparations of toxin were subjected to treatment, with this or that substance eliminated.

In these operations, measures were taken to guard against the contamination of the liquids with substances poisonous to plants.

Ammonia was eliminated by evaporating the liquid alkalized with MgO *in vacuo*, at a temperature of 40°. Upon dissolving the dry residue in water, the excess of alkali was removed by neutralizing with H_2SO_4. The proteins were precipitated by ferric hydroxide.

The amines were freed from phospho-tungstic acid by decomposition with $Ba(OH)_2$. The excess of $Ba(OH)_2$ was precipitated by passing CO_2 through the substance.

The results of testing the action exerted by variously treated toxin preparations on the above objects are given in Table 4.

The results obtained warrant the assumption that the toxic principle of the extracts is ammonia.

Schaffnit's method for obtaining purified preparations of toxins is far from perfect and, in our opinion, cannot be used in solving the problem of pure toxins, since, according to our observations, methyl alcohol is a good solvent of a number of salts of ammonium, viz. ammonium sulphate, ammonium nitrate and ammonium acetate.

There is therefore every ground for the belief that the toxins obtained by Schaffnit were sufficiently concentrated solutions of ammonium salts.

Institute of Plant Physiology,
Academy of Sciences of the USSR.

Received
14. VIII. 1935.

REFERENCES

[1] А. А. Рихтер и А. И. Гречушников, Жур. оп. агр. Ю.-В., 1929.
[2] E. Schaffnit u. Lüdtke, Ber. d. deut sch. bot. Ges., Bd. L., H. 9 (1932).
[3] Winterstein, Handb. d. Pfl.-Analyse, Bd. 4, H. 3 (1933).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Volume III (VIII), № 8 (68)

GENETICS

Y CHROMOSOME IN SALIVARY GLANDS OF *DROSOPHILA*

By A. A. PROKOFJEVA-BELGOVSKAJA

(Communicated by N. I. Vavilov, Member of the Academy, I. VII. 1935)

In his investigations of the chromosomes in the nuclei of the salivary glands of *Drosophila melanogaster* Painter (1933, 1934) observed a very interesting fact concerning the *Y* chromosome and the inert part of the *X* chromosome, namely, that these regions seemed to be absent in the preparations (as prepared by the aceto-carmine method), despite the fact that the active regions were very long and conspicuous. The solitary bit of evidence for the presence of the *Y* chromosome in the nuclei of the salivary glands consisted in the observation by Painter (1934) of one case in a male, in which there seemed to be present, near the chromocenter, a body of rather vague outlines, containing four bands lying next to the four most proximal bands shown in his map of the *X* chromosome. Our recent cytogenetic work (3) has shown that the inert region of the *X* lies almost completely or completely beyond the rightmost conspicuous band of the *X* (the rightmost band shown in Painter's map) and that this region has a cross-striated structure, which, though rather faint, and often obscured by the rest of the chromocenter, is essentially like that of active regions. This finding facilitated a special cytological analysis by the present author for the identification of the *Y* in males of *Drosophila melanogaster*.

The region of *X* chromosome in the salivary glands which our joint citogenetic work had shown to correspond with the «inert region» in the metaphase chromosome appears as section 19F3, 20 ABCD in Bridges'map, although in the latter its identification as the «inert region» is not made. We had further found that the gene bobbed lies in the distal portion of this inert region. On the basis of these findings, I turned my attention to the structure of this region in males. I have now obtained quite definite demonstrations of the paired conformation of the region 19F3, 20 ABCD in males. The last unpaired cross-striation is the rather conspicuous band 19F1 (the last cross-striation of Painter's map). In the male, the region of 8 to 10 fine cross-striation following this band conjugates, in the peripheral portion of the chromocenter, with a small segment likewise containing very fine cross-striations of similar conformation to those in the former, and the two conjugating regions together form a joint structure. This similarity in structure and conjugation confirms the genetic inference drawn by Muller (2) of the homology of the *X* with the *Y* chromosome. Sometimes this conjugation is so close that it is only possible to see that the proximal end of the *X* chromosome, at the chromocenter itself, is broadened, without other signs of the paired structure of

this part being evident. In few cases, on the other hand, it is possible to observe quite distinctly both conjugating components as such; the inert region of the X, and the homologous portion of the Y. Never have we been able to observe more than one arm of the Y conjugating with the inert region of the X. Possibly the other arm helps to form a part of the composite striations in the central part of the chromocenter, where it would be very difficult or impossible of identification. The structure of this central region of the chromocenter is being discussed in a parallel paper.

Institute of Genetics,
Academy of Sciences of the USSR
Moscow

Received
3. VII. 1935.

REFERENCES

[1] G. B. Bridges, Journ. of Hered., **26**, 60—64 (1935) [2] H. J. Muller and T. S. Painter, ZS. f. ind. Abst. u. Vererb., **62**, 316—365 (1932). [3] Muller a. Prokofjeva, C. R. Acad. Sci. URSS, **1**, 658—660 (1935). [4] T. S. Painter, Science, **78**, 585—586 (1933). [5] T. S. Painter, Genetics, **19**, 175—188 (1934). [6] T. S. Painter, Genetics, **19**, 448—469 (1934). [7] T. S. Painter, Journ. of Hered., **35**, 465—476 (1934).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Volume III (VIII), № 8 (68)

BODENKUNDE

DIE TYPEN DER ALKALIBÖDEN (SOLONTZI)

Von V. A. KOVDA

(Vorgelegt von A. D. Archangelskij, Mitglied der Academie, d. 10. IV. 1935)

Die Arbeiten von Gedroiz, Polynov, Zigmond, Vilenskij und Kelley haben gezeigt, dass die typischesten Formen der Solontzi(Alkaliböden) Produkte der Entsalzung der Na-Salzböden sind; ihrer Bildung geht als Regel eine Akkumulation auf diese oder jene Weise leicht löslicher Natriumsalze in den oberen Bodenhorizonten voraus.

Die Faktoren, welche die Umwandlung der Solontschaks in Solontzi und ihre weitere Evolution bedingen, sind: Senkung der Erosionsbasis des abflusslosen akkumulativen Landes bei seiner relativen Hebung (über dem Meeresspiegel); sein Eintreten in die Periode der Erosionszergliederung; Entwicklung und Vertiefung der Flusstäler und Entwicklung der Drainierungsverhältnisse; Senkung des Grundwasserspiegels Verringerung des Einflusses von Grundwasser auf die vorher der Versalzung unterliegenden Bodenhorizonte; Vergrösserung der Rolle abwärtsgehender Strömungen von Lösungen; und, endlich, die Austragung der Salze.

Die Evolution der Alkaliböden verläuft im allgemeinen parallel der Entwicklung des Erosionszyklus und der Absonderung der geomorphologischen Elemente. Auf älteren und relativ stärker zergliederten Elementen, die längere Zeit und stärker drainiert wurden, erreichen die Alkaliböden reifere Stadien. Auf jüngeren, schwächer drainierten Elementen, die in den Versüssungsprozess später hineingezogen wurden, entstehen Alkaliböden junger Formation.

Das System der für die Alkaliböden typischen Salze: $Na_2CO_3 + CaSO_4 \rightleftarrows \rightleftarrows CaCO_3 + Na_2SO_4$ bewegt sich im Prozess der Evolution der Alkaliböden bei ständiger Neubildung und Abwärtsbewegung der Soda und bei Ausspülung des Grundes in der Richtung der Kalziumkarbonatbildung. Die Gipshorizonte treten in Reaktion mit Soda und werden durch Kalziumkarbonathorizonte ersetzt. Die freie Soda (Alkalität nach CO_3'') sammelt sich nur in späten Stadien der Evolution der Alkaliböden an, wo der gesamte Gips mit Soda in Reaktion tritt und wo im Massiv des Alkalibodens das System $Na_2CO_3 + CaCO_3$ entsteht.

Die Hauptformen der Alkaliböden, welche die sukzessiven Stadien ihrer Evolution darstellen, sind folgende:

a) Solontschakartige Solontzi, die ständig mit Grundwassern verbunden sind. Der obere Horizont wird entsalzt, ist frei von Salzen, weist eine Alkalität (0,03—0,05% HCO_3) und Anzeichen einer schwach säulchenförmiger Struktur auf; braust mit HCl an der Oberfläche auf. Im ganzen ist das Bodenprofil beginnend in einer Tiefe von 20—35 cm gipshaltig und stark versalzt mit einem Maximum an Salzgehalt in dem unter der Solonetzschicht gelegenen Horizonte (3.0—1.0%). Es wird ständig durch die von den ihn versalzenden Grundwasser (4—6 m Tiefstand) aufsteigenden kapillarischen Lösungen beeinflusst. Entwickelt sich auf den schwach zergliederten und schwach drainierten jungen I. und II. Flussterrassen, oder in den alten Deltagebieten des Südens und Süd-Ostens der UdSSR (Wolgagebiet, Manytsch, Siwasch u. a.).

b) Residuell-solontschakartige Solontzi. Das Profil dieses Alkalibodens ist mit den Grundwassern entweder gar nicht oder nur in einzelnen Perioden verbunden. Abwärtsgehende Strömungen herrschen vor. Der prismatische Horizont ist ausgebildet; ein $CaCO_3$-Horizont sondert sich ab. Der Gipshorizont liegt tiefer, doch ist er noch gut entwickelt. In dem die Solonetzschicht unterlagernden Horizonte bleibt noch eine residuelle Solontschakhaftigkeit zurück; doch ist die Menge der Salze geringer (0,5—1%); in der Zusammensetzung überwiegen Sulfate. Die Alkalität erreicht 0,05 — 0,07% HCO_3'. Grundwasserst and 8—10—12 m.

Sind auf den II. und III. Flussterrassen entwickelt, auf Überresten alter Oberflächen der Ablagerungen Kaspischer Transgression, in Transkaukasien und an den Ufern der Siwasch.

c) Gipsfreie Solontzi, die mit den Grundwassern nicht verbunden sind; es herrschen hier abwärtsgehende Strömungen. Brausen mit HCl von einer Tiefe von 40—45 cm auf. Eine typische Entwicklung zeigt die säulenförmigprismatische Morphologie des Alkalibodens, mit Anzeichen der Solodjbildung. Gut ausgeprägter Karbonathorizont, der den Gipshorizont in den Oberhorizonten vollkommen ersetzt hat. Chloride und Sulfate fehlen im Profil fast gänzlich. Die Alkalität erreicht 0,08—0,09% HCO_3'. Es erscheinen Anzeichen von Alkalität von normalen Karbonaten—0.006—0.012% CO''_3.

Die Grundwasser sind stark versüsst und liegen in einer Tiefe von 10—15, 20—35 m. Diese Alkaliböden lagern auf stark zergliederten, drainierten Oberflächen der III. Flussterrassen der nördlichen Rayons des Wolgagebiets, des Dongebiets, auf Wasserscheiden zweiten Ranges hinter den Talgrenzen, auf Süsswassersedimenten, die zeitlich den ältesten Kaspischen Transgressionen entsprechen.

d) Soda-Alkaliböden. Es herrschen im Boden abwärtsgehende Strömungen vor. Die säulchenförmige Struktur beginnt zu verschwinden. Gips, Na_2SO_4 und NaCl fehlen in dem Profil. Die gesamte Alkalität er-

reicht 0,5% HCO_3'. Die Alkalität der normalen Karbonate—0,125% CO_3''. Der Karbonathorizont ist deutlich ausgeprägt.

. Die Soda-Solontzi entwickeln sich in ausreichend befeuchteten (bis 300—350 mm Niederschläge), lange Zeit und stark drainierten Rayons der langdauernden Entsalzung: im Mittelwolgagebiet, an den Flüssen Irtysch, Don, Dnjepr, an der Donau, an der Theiss, auf alten Flussterrassen.

e) Soda-Solontzi-Solontschaks. Sie entstehen in denselben Rayons der Soda-Solontzi-Bildung, in geschlossenen Depressionen, die vom Oberflächenabfluss, der die Soda von der wassersammelnden Fläche zuführt, gespeist werden. Der dunkle, manchmanl ganz schwarze von jeglichen Anzeichen einer typischen säulchenförmiger Struktur freie, dichte und schollige Oberflächenhorizont des Soda-Solontzi-Solontschaks zeichnet sich durch eine kolossale Alkalität aus—bis 0,5% CO_3'' bei 0,6—0,7% der gesamten Alkalität. Die übrigen löslichen Salze sind in nichtigen Mengen vorhanden.

Die Soda-Solontzi-Solontschaks der UdSSR sind anscheinend dem «Black alkali soil» in Ungarn und Amerika, die von Zigmond und Kelley beschrieben worden sind, analog und überschreiten die Grenzen des Solonetzprozesses; sie bilden sein Endstadium unter Verhältnissen der Entwicklung einer sekundären Abflusslosigkeit des sich entsalzenden Gebiets.

Die Meliorationseigenschaften der Solontzi verschiedener Evolutionsstadien sind sehr verschieden. Während die solontschakartigen Solontzi, die beständig (I. Stadium) oder periodisch (II. Stadium) mit Grundwassern verbunden sind, vor allem um einer sekundären Versalzung vorzubeugen, einer Drainierung und Ausspülung der löslichen Salze benötigen, erfordern die gipsfreien Solontzi, die Soda-Solontzi und besonders die Soda-Solontzi-Solontschaks in erster Linie eine Gipsbehandlung zwecks Neutralisierung der freien Soda. Dabei bedeutet die sekundäre Versalzung (Irrigationsversalzung) in diesen Alkaliböden keine unmittelbare Bedrohung. Der hohe Gipsgehalt der Solontzi des I. und II. Stadiums, kann, wie es scheint, bei Anwendung des Verfahrens der Tiefenplantage als Quelle einer «Autogipsierung» ausgenutzt werden.

Institut für Bodenkunde,
Akademie der Wissenschaften der UdSSR.
Moskau.

Eingegangen
d. 10. IV. 1935.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Volume III (VIII), № 8 (68)

ZOOLOGY

PRINCIPAL FEATURES OF THE ACTIVITY OF RODENTS ON PASTURES AND MEADOW LAND

By A. N. FORMOZOV and A. G. VORONOV

(Communicated by S. A. Zernov, Member of the Academy, 8. V. 1935)

In the district of Temir (st. Djurun, Tashkent railway) in Western Kazakstan researches have been made, under the direction of A. N. Formozov, on the activity of rodents on pastures and meadow land.

A certain part in collecting field materials was taken, besides the authors, by N. B. Birulja, N. P. Naumov, and A. V. Smirnov.

The region investigated presents an alternation of flat steppe tablelands covered with feather grass (*Stipa sareptana*) and *Festuca sulcata* with wide solonets valleys, where *Artemisia maritima* and *Artemisia pauciflora* constitute the dominant plant associations. The rodents prevailing here are: the steppe lemming mouse (*Lagurus lagurus*), the grey susslik (*Citellus pygmaeus*), the common vole (*Microtus arvalis*), the red susslik (*Citellus rufescens*). Of secondary importance are the following: the water vole (*Arvicola amphibius*), the jerboa (*Allactaga jaculus*), the Eversmann's hamster (*Allocricetus Eversmanni*), the blind vole (*Ellobius talpinus*), etc. In the year of the observations, the number of burrows of the steppe lemming mouse was on an average 1200 per hectare, and the number of animals of this species reached 123 per hectare.

1. The total loss of steppe vegetation due to the destruction of grass by the rodents was calculated by means of selecting a great number of plots 1 m^2 each in different plant associations. Upon these plots it was possible to evaluate (by eyesight, using the 5 ball scale) how much individual specimens of the principal species of food plants had been injured. *It was found that on an average from 25 to 50 p. c. of the grass (i. e. from 1.9 to 0.7 centners per hectare) were destroyed by rodents (mostly by Lagurus lagurus). Stipa sareptana, Festuca sulcata*, and *Artemisia pauciflora* are most liable to be devoured by rodents; *Artemisia maritima* and *Stipa capillata*, much less so.

2. For the steppe lemming mouse (*Lagurus lagurus*) it is characteristic to destroy the vegetation almost entirely, on plots of 1 to 8 m^2, near their colonies, and then to remove their feeding point to a new spot, and at the same time to make new burrows there.

The list of plants devoured here by *Lagurus lagurus* includes, according to our data, up to 107 species. Lichen (*Parmelia vagans, P. ryssolea*) and such poisonous plants as *Hyosciammus niger*, are eaten as well. The steppe lemming

mouse feeds on all the species it can find near its burrows. Thus, the frequency of occurrence of a species in the food remains of *Lagurus*, coincides on the whole with the frequency of occurrence of this species in the plant associations surrounding the burrows, and the principal food of *Lagurus* are the species most widely spread in the steppes populated by this rodent.

The activity of *Lagurus* leads to a scantier grass growth in the steppe and to a substitution of the more resistant representatives of the grasses of the southern steppes (*Artemisia maritima*, *Kochia prostrata*, and others) for the grasses which do not resist as well the damage caused by this rodent, i. e. tho the «desertizing», as B. Keller terms it, of the vegetation and to a change for the worse of the qualities of the pasture land for a long period.

3. One can observe on the colonies of the *Lagurus* a high salinification of the upper layer of the soil (down to a depth of 15 cm), and an increase of its alkalinity. The cause of this lies in the fertilization of the soil by the dung and, more especially, the urina of animals, as well as in the rapid decay of plant remnants mixed with the earth.

The breaking up of the soil surface by the steppe lemming vole and the chemical changes together with a total destruction of the components of the steppe vegetation (*Gramineae* and Wormwood) in the region of the *Lagurus* colonies, lead to an invasion of the thistle (*Garduus uncinatus*) and other weeds.

4. The damages sustained by plants from the greay susslik (*Cytellus pygmaeus*) are spread more uniformly over a greater area and are therefore not so apparent as the results of the work of the mouselike rodents. This is due to a greater specialization of the susslik as regards food.

A list of the plants this rodent feeds on includes 38 species. In the course of the seasons, the food changes as to the species of plants it includes. Some of the species—*Poa bulbosa*, species *of Tulipa* and *Allium* (bulbs)—serve as food to the susslik during the whole or almost the whole period of its activity; other species—*Alyssum desertorum*, *Agropyrum prostratum* and *Agr. orientale*,—chiefly in spring and at the beginning of summer; *Festuca sulcata*, *Stipa*, in early summer; lastly, *Artemisia maritima* and *A. pauciflora*, chiefly before the period of hibernation. All or nearly all kinds of plants included in the list of the principal food species of the susslik are at the same time good food for cattle.

The quantity of bulbs of *Poa bulbosa* which one susslik can devour at one meal, varies from 60 to 240; if it eats twice a day, as it usually does, it can destroy the bulbs of *Poa bulbosa* on an area of 0.65—0.13 m^2 (in different plant associations).

Sussliks dig out in one day on an average from 220 to 460 bulbs of tulips per hectare.

The percentage of young panicles of *Stipa sareptana* damaged by a susslik, attains 34 in certain plant associations.

5. The burrowing work of the susslik, especially the raising of susslik-hills near their burrows, is not of less importance for the steppe vegetation.

In regions with a saline subsoil, the earth thrown up by the susslik on the surface makes the soil salty, and the conditions become worse for the growth of the steppe vegetation.

In regions rich in gypsum ($CaSO_4$) and carbonates, the susslik is a natural ameliorator of the solonets. When the subsoil is thrown up on the surface, Ca displaces Na and K from the absorbing complex, and this produces a decrease of salt in the soil.

In some localities, there are indications that the salinification of the soil on the susslik hills is, as it were, compensated by a decrease of salt con-

tent in the soil under the influence of an improvement in the existing hydrological conditions (a cessation of water flow) between the hillocks.

In the region of our investigations with a gypsum subsoil the activity of the susslik diminishes the quantity of salt in the solonets.

The successive changes of vegetation on the susslik hills is seen to proceed thus.

The first year a rarification of the steppe vegetation takes place owing to its becoming covered by the subsoil thrown up on the surface. In the same year, or in the next, annual plants make their appearance on the susslik-hills; they are succeeded by *Artemisia* from the neighbouring solonets. Owing to the greater looseness of the soil here, the wormwood has a taller and denser growth; gradually, as the soil of the susslik-hills becomes less salty, an immigration of less and less salt-resistant plants takes place, even of *Stipa* and *Festuca sulcata*.

In autumn the yellow spots of the *Gramineae* growing on the susslik-hills stand out prominently against the back-ground of the brown patches of *Artemisia pauciflora*.

The steppe lemming vole, which like to settle on susslik-hills, devour these plants and prepare the ground for the appearance of weeds or semi-weeds (*Artemisia austriaca Agropyrum ramosum*, etc.).

6. Thus, among the injurious mass rodents of Kazakstan, there are several species which greatly influence the quantitative and qualitative natur of natural pasture land and grassland.

This influence is sometimes a complex one. In certain cases some of the actions of the rodents are favourable to agriculture (the burrowing work of the susslik on the solonets); on the other hand, the destruction of foliage and of bulbs by the same species greatly damages the pasturing conditions.

Institute of Zoology,
Moscow University.

Received
8. V. 1935.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Volume III (VIII), № 8 (68)

ZOOLOGY

INSECT METABOLISM AT TEMPERATURES BELOW ZERO

By I. V. KOŽANČIKOV (KOZHANTSCHIKOV)

(Communicated by A. S. Zernov, Member of the Academy, 6. VI. 1935)

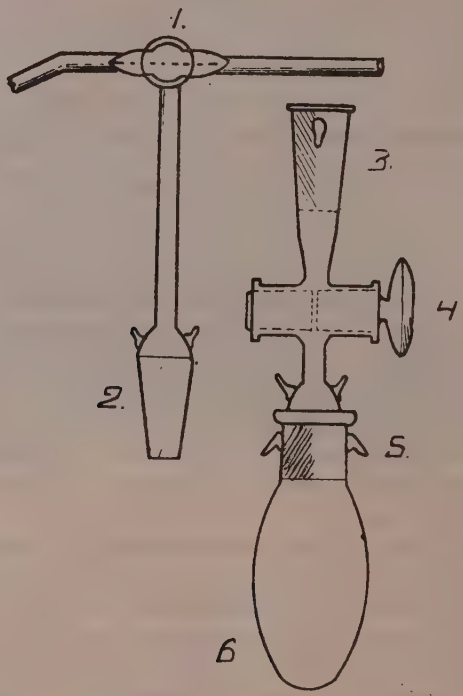
The metabolism of animals at temperatures below zero is not sufficiently clear. Bachmetjev (1) has developed a theory of anabiosis according to which there is no metabolism in the insect body at temperatures below zero. In reality, no metabolism is to be observed in some animals (*Tardigrada*) at extremely low temperatures. However, the investigation of the heart-beats of *Trichoptera* larvae in supercooled salt solutions at—0.5—1.0°C (2) showed the presence of metabolic processes. Kalabuchov's investigations (3) of the influence of low temperatures on honey-bees showed a decrease in the sugar content of the body at temperatures below zero.

The investigation of metabolic processes under the influence of negative temperatures is important not only for the theory of anabiosis and cold-resistance, but also for the theory of the diapause. It has been shown by many authors that the influence of low temperatures on insects in the diapause results in their further development. It is not clear whether this change in the metamorphosis is caused by structural changes in the tissues of the insect bodies or whether it is a result of changed metabolic processes.

A systematic investigation of metabolism at low temperatures presents several technical difficulties. The common methods of Barcroft, Winterstein, of Krogh, are impossible because of the minuteness of the quantities of oxygen consumed per hour and the difficulty of maintaining a uniform temperature for a period of some hours in an open bath below zero.

The following method was used in our investigation. The apparatus (*vp.* 374) is provided with containers that may be closed and removed. The determination of the oxygen consumption was performed as follows. Both containers (one with the object of investigation and the other a compensative one) were placed on the apparatus (the stopcocks *4* of the containers were in this case open) and, together with part *2*, were immerged into a cool water bath for

a period necessary for the establishment of an equilibrium of atmospheric pressure in both containers. After that, the stopcocks *4* were closed, and the apparatus taken out of the water bath; the containers were removed from the apparatus and placed into a cryoscope or somewhere else at the necessary temperature. After a period of some hours or days, the containers were again placed on the apparatus. The determination of the oxygen consumed during the whole period of exposure was performed in a water bath of a temperature identical with that at which the equilibrium of atmospheric pressure in the



containers had been reached. The calculation of oxygen consumption was performed on the basis of a previously established constant (as in Barcroft's method).*

The test of this method showed a great constance of the values of the intensity of oxygen consumption of the larvae in diapause. A larva of *Pyrausta nubilalis* in diapause (live weight 111. 6 g) exposed during 41 hours 35 min. at the temperature of 12°C showed 544. 8 mm³ oxygen consumption or 10. 7 mm³ per hour; the same larva during 29 hours consumed 310.2 mm³ or the same

* This method will probably prove to be convenient for the determination of oxygen consumption by cultures of bacteria, fungi, or animal tissues.

quantity per hour. A larva of the same species weighing 98.4 mg at the temperature of 0°C consumed 79.2 mm³ oxygen during 35 hours or 2.2 mm³ per hour; at the same temperature during 21 hours 30 min. it consumed 48 mm³ of oxygen or 2.28 mm³ per hour. Some other determinations showed similar results.

Table 1

Temperature °C	Oxygen consumption per 1 hour and 1 g (live weight) reduced to 760 mm, 0°C	
	Loxostege sticticalis L.	*Pyrausta nubilalis* Hb.
+ 20	—	265.5
+ 12	57.0	95.3
+ 6	20.6	50.5
0	7.0	21.8
− 6	10.7	15.8
− 12	—	2.9

The result yielded by an investigation of the metabolism of the larvae of *Pyrausta nubilalis* Hb. and *Loxostege sticticalis* L. in diapause are shown in Table 1. These figures show that a decrease of temperature causes different results above zero and below it; a decrease in temperature from 6° to zero causes a decrease of 2.28 times in the oxygen consumption by the larvae of *Pyrausta nubilalis*, while a decrease in temperature from zero to—6° C causes a decrease of 1.38 times in the metabolism. The larvae of *Loxostege sticticalis* show no decrease of oxygen consumption under the influence of temperatures ranging from zero to—6°C. This difference in the reaction to low temperatures is probably due to different cold-resistance of these species.

An investigation of the respiratory quotients showed a difference in the metabolism at temperature below zero and above it. Table 2 shows that the respiratory quotients at zero are totally different frome those below it and at 20°C.

Table 2

t°C	*R/Q*
20	0.68—0.79
0	0.90—1.00
− 6	0.71—0.82

At zero the larvae of *Pyrausta nubilalis* remain in diapause during many months. At 20°C they pupate after a month or more under conditions of hight humidity. The exposure to negative temperatures results in a shorter period of pupation at 20°C.

The metabolism at zero shows the important role of carbohydrates; on the other hand, the quotients at—6° and+20°C show the prevalent role of fats or proteins in the larval metabolism.

Zoological Institute,
Academy of Sciences of the USSR.
Leningrad.

Received
6. VI. 1935.

REFERENCES

[1] Bachmetjev, Experimentelle entomologische Studien, Leipzig, 1 (1901). [2] Kozhantschikov, Zool. Anz., **103**, (1933). [3] Kalabuchov, Zool. Jahrb., **53**, H. 4 (1934); C. R. Acad. Sci. URSS, **1**, **7** (1934).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Volume III (VIII), № 8 (68)

ZOOLOGIE

NEUES ÜBER VERBREITUNG VON *DIPLOMESODON PULCHELLUM* LICHT. ZWISCHEN DEN FLÜSSEN WOLGA UND URAL (*MAMMALIA, INSECTIVORA*)

Von J. M. RALL

(Vorgelegt von S. A. Zernov, Mitglied der Akademie, d. 28. IV. 1935)

Über die Verbreitung des einzigen Vertreters der *Soriciden*-Gattung *Diplomesodon*, der eigenartigen scheckigen Spitzmaus (*Diplomesodon pulchellum* Licht.), im angegebenen Gebiet lagen bisher sehr karge Angaben vor. Im Jahre 1924 wurde ein einziges Exemplar dieser Spitzmaus 130 km östlich von Astrachan and 40 km nördlich vom Kaspischen Meer erbeutet (1). Dieser Fund war immerhin von grossem Interesse, indem er die westliche Verbreitungsgrenze von *D. pulchellum* Licht. im Vergleich mit früheren Angaben weit verschob. Die zoologischen Forschungen der Zoologen des mikrobiologischen Instituts in Saratov und anderer Institutionen im Wolga-Ural-Sandgelände ergaben neues Material zu dieser Frage.

In der Sammlung des angegebenen Instituts befinden sich zwei Exemplare von *D. pulchellum* Licht., die in der Umgebung von Novyj Uschtagan (Sandgelände zwischen Wolga und Ural, geographische Koordinaten: 48° n. Br., 18° 30′ o. L. von Pulkovo). Text der Etiketten: 1) 1 km SW von Uschtagan, Kazakstan, 13. X. 1932, hügeliges Sandgelände, ♀ *L*—72, *C*—27, *Pl*—11, *Au*—7(mm) M. W. Šejkina;* 2) Novyj Uschtagan, Westgebiet Kazakstans, 16. VII. 1934, ♀ *L*—63, *C*—26, *Pl*—13, *Au*—9 (mm), Gewicht 8.0. M. P. Demjašev.

Die Sammlung des zoologischen Kabinetts der Universität Saratov enthält, nach freundlicher Mitteilung des Doz. B. Fenjuk, ein drittes Exemplar von *D. pulchellum* Licht. aus dem Sandgelände der Umgebung von Novaja Kazanka (B. M. Iljin leg.).

In der Sammlung des Moskauer zentralen zoologischen Museums befindet sich ein viertes Exemplar von *D. pulchellum* Licht., welches mir von Prof. W. Heptner liebenswürdigst demonstriert wurde. Text der Etikette: «S-6429, *Diplomesodon pulchellum*, Astrachanische Steppe, 45 km NO von der Station Dossang. Smirnov».

Ausserdem habe ich persönlich in den Museen der Pest-Laboratorien in Urda und Novaja Kazanka ausgestopfte scheckige Spitzmäuse gesehen, die zu verschiedener Ziet in der Umgegend dieser Punkte gesammelt worden sind.

---

* Gegenwärtig ist dieses Exemplar der Sammlung des Moskauer Zentralen Zoologichen Museums übergeben (№ S-9017).

Endlich fand ich bei der Analyse einer grossen Zahl von Raubvögelgewöllen in den westlichen Teilen des Wolga-Ural-Sandgeländes mehrere Schädelknochen, die *D. pulchellum* Licht. angehörten.

In der Umgegend von Uschtagan sind mehr als 10.000 Exemplare von *Micromammalien* (vorwiegend *Glires*) erbeutet worden; das Auffinden nur zweier Exemplare der scheckigen Spitzmaus (neben zahlreichen *crocidura suaveolens suaveolens* Pall.) weist auf die äusserste Individuenarmut der Art hin.

Nach dem Zeugnis des ehemaligen Mitarbeiters des Novo-Kazansky Laboratoriums, B. Iljin, wurde die scheckige Spitzmaus von ihm mehrfach gefunden. Dasselbe bezeugt der ehemalige Mitarbeiter des Laboratoriums in Urda, D. Eropkin, wobei die Angabe über das Vorkommen dieses Tierchens in Fleischläden der Stadt Urda interessant ist.

Die Biologie von *D. pulchellum* Licht. bleibt noch vollständig unbekannt. Die Fundplätze des Tierchens lagen meist in verwachsenen feuchten Mulden des Sandgeländes.

Es kann also als feststehend gelten, dass *Diplomesodon pulchellum* Licht. über das ganze Territorium des Wolga-Ural-Sandgeländes verbreitet ist, da diese Art an verschiedenen Orten dieses Landes festgestellt worden ist.

d. 28. IV. 1935. Eingegangen

ZITIERTE LITERATUR

[1] С. Оболенский, Мат. к позн. ф. Н. Поволжья, вып. 1 (1927). [2] С. Огнев, Звери Восточной Европы и Северной Азии, т. 1 (1928). [3] Ю. Ралль, Древняя степь «Бес-Чохо» в Восточно-уральских песках.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Volume III (VIII), № 8 (68)

ZOOLOGY

NEW OPHIURANS OF THE GENUS *AMPHIODIA* FROM THE SEA OF JAPAN. II

By A. M. DJAKONOV

(Communicated by S. A. Zernov, Member of the Academy. 10. VII. 1935)

1. Amphiodia rossica, sp. n.

Nearly related to *A. periercta* C l a r a but differs in some characters. Disk up to 19.6 mm in diameter; a specimen of 12.2 mm in diameter has the arms about 95 mm long. The disk in the larger specimens is distinctly prominent and more or less swollen interradially; radially there is a rather deep indentation. Disk is covered with numerous, rather coarse scales of different size; the larger scales lie in the middle and around the radial shields; the central and five primary plates are easily distinguishable even in the large specimens. In *periercta* the disk scales are much smaller and uniform, the primary plates not distinguishable. The disk is bordered with prominent erect sharp scales of triangular shape similar to those in *periercta*. Radial shields large but somewhat variable; triangularly elongated, 1½—2 times as long as broad; often they are entirely separated, but not infrequently touch one another distally. In *periercta* the radial shields are shorter and more closely joined. Upper arm plates very wide, oval, with rounded lateral margins, about three times as wide as long, broadly in contact, most of the upper arm plates are divided into two parts by a longitudinal suture. Disk below covered by minute uniform scales. Genital slits large. Oral shields small, almost square, with rounded corners, the proximal ones more produced. Adoral plates narrow, small, slightly widened ourward. Oral papillae three on a side, continuous; both lateral are somewhat larger than the infradental, more or less elevated; the outer papilla is conical, the middle one truncated; in some specimens there is to be observed a small fourth oral papilla. First under arm plate very small, tetragonal, wider within than distally; in larger specimens slightly elevated and with a small indentation; second plate elongated, lyrate; succeeding plates at first almost squarish, then somewhat broader than long, with rounded corners and concave lateral and distal margins; they are broadly in contact with each other; in larger specimens the first 2—4 under arm plates are conspicuously hollowed. Side arm plates small, do not meet either dorsally or ventrally; each carries three almost equal sharp conical spines whose length slightly exceeds that of the arm joint. Tentacle scales two in number, conspicuous; the inner one, attached to the under arme plate, is larger, rounded, the outer, attached to the side arm plate, smaller, conical.

Distribution. Sea of Japan: 1) Peter the Great Bay, Putyatin Island, 40 m, stones, exped. of the Agriculture Dept., 11. X. 1913, Pavlenko (6 sp.); 2) ibidem, Russki Island, 25.6 m, sand, stones, the same exped., 17. X. 1912. (6 sp.); 3) ibidem, Cape Zhitkov, 12.8 m, mud, stones, the same exped. 16. X. 1912 (2 sp.); 4) ibidem, Cape Sredni, the same exped., 19. X. 1915 (2 sp.); 5) ibidem, Cape Bryussa, 25 m, mud, sand, 24. X. 1912 (1 sp.); 6) ibidem. 42° 51′. 5 N. (131° 47′). 5 E., 20 m, gray sand, exped. of the Pacific Inst. of Fisheries, 6. X. 1925, Sachs (4 sp.); 7) ibidem, 42°02′.25 N. 131°57′.5 E., 24 m, yellow sand and shells, the same exped., 10. X. 1925, Derzhavin (5 sp.); 8) Olga Bay, exped. of the Hydrol. Inst., st. XVII, 27. VIII. 1927, Tarasov (3 sp.); 9) ibidem, 26. 5 m, gray mud with sand and detritus, the same exped., St. XIII, 22. VIII. 1927, Tarasov (4 sp.); Gulf of Tartary, Sovietskaya Harbour, 12.8 m, exped. of the Pacific Inst. of Fisheries, 23. V. 1926, Sachs (1 sp.); ibidem, De-Castries Bay, 10 m, stones with mud and gravel, exped. of the Hydrol. Inst., st. 266/41, 9. VIII. 1929, Tarasov (14 sp.).

2. Amphiodia cyclospis, sp. n.

Near to *A. gyraspis* Clark and also to *A. craterodmeta* Clark.

Disk more or less rounded, flat, 5.3. mm in diameter; arms not very long, about 21 mm. Disk covered with numerous small irregular scales, smaller than in *craterodmeta*; primary plates not distinguishable. There is a sharp boundary-line between the dorsal and ventral scales, formed by erect standing ones. Radial shields very small, round, widely separated from each other. The first three upper arm plates consist of minute scales arranged in double longitudinal rows; succeeding plates broadly triangular, twice as broad as long; the inner margin is produced in an obtuse angle, the distal margin rounded; they are in contact with each other, except the outer part of the arm, where they are separated. Disk below wholly covered by minute scales. Oral shields triangular, with sharp proximal angle and rounded distal ones. Adoral plates rather large, widely in contact in the middle. Oral papillae similar to *craterodmeta*, three on a side, continuous; the outermost papilla is the largest. First under arm plate small, trapezoidal; succeeding plates pentagonal, with straight distal margin and slightly concave lateral ones; they are wider than long, wider than in *craterodmeta*, quite in contact with each other, except the outer parts of the arms. Side arm plates meet each other only in the outer parts of the arms; each carries four spines in basal arm joints, farther only three spines; the spines are sharp, slender; the second one somewhat longer and its length exceeds that of the arm joint. Tentacle scales two in number very conspicuous, almost equal.

Distribution. Sea of Japan: 1) Peter the Great Bay, 78 m, exped. of the Hydrol. Inst., st. 190, 20. X. 1932, Tarasov (1 sp.); 2) ibidem, 75 m, the same exped., st. 202, 20. X. 1932, Tarasov (2 sp.).

Zoological Institute,
Academy of Sciences of the USSR.
Leningrad.

Received
10. VII. 1935.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1935. Volume III (VIII), № 8 (68)

PALÄOZOOLOGIE

NEUE MATERIALIEN ZUR PHYLOGENIE DER *DICERORHINAE*

Von A. BORISSIAK, Mitglied der Akademie

Unter der Anchitheriumfauna des Nordkaukasus (1) findet sich ein fast vollständiges Skelett des Nashorns. Sein Schädel lässt sich übrigens nicht vollkommen wiederherstellen: er ist ganz verunstaltet; besser erhalten ist bloss sein vorderer Teil. Die praemaxillaria sind sehr dünn und haben sich an ihnen die Schneidezahnalveolen nicht erhalten; die Nasalia sind schmal und lang (über 200 mm Länge), proximal leicht erweitert; zusammengelegt bilden sie eine leicht konvexe Fläche und stellen am proximalen Ende eine bügelartige Auftreibung dar, die von einer körnigen Rau-

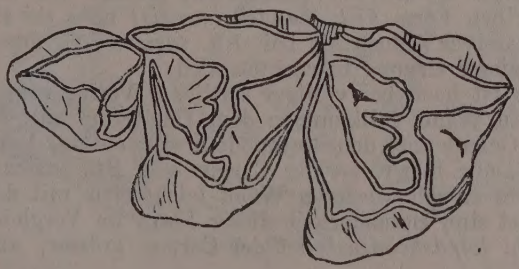


Fig. 1. P^1—P^3.

higkeit eingenommen ist; das vordere (distale) Ende ist deformiert. Nicht vollkommen erhalten ist auch der Unterkiefer mit einem flachen, hohen, aufsteigenden Ast und mit einem massiven, sich nach vorn verjüngenden, horizontalen Ast, bei schwach konvexem unterem Rande, der am vorderen Ende der Zahnreihe einen kleinen Winkel mit langer flacher Symphyse bildet.

Der Zahnapparat des Oberkiefers ist durch hohe komplizierte Kronen der Backenzähne (es sind Crochet, Antecrochet und Crista vorhanden) und zugleich schwache Molarisation der Praemolarzähne charakterisiert. Letztere besitzen eine hohe Krone von Trapezoidform mit gut ausgeprägtem Crochet—Merkmale, die von hoher Differenzierung zeugen. Anderseits finden sich Merkmale von entgegengesetzter Bedeutung—die äussere Wand mit noch gut modelliertem Protokon (Kante von aussen und innen), mit stark entwickeltem Parastyl und sehr massivem Tritocon mit gut entwickeltem Metastyl. An der Lingualseite ist der Deuterocon deutlich ausgesprochen, während der an P^2 vorhandene Tetartocon an P^3 kaum angedeutet ist

und an P^4 vermisst wird; die Querkämme sind nicht ganz ausgebildet, der vordere besser als der hintere, der weniger stark entwickelt ist, aber nicht allein Crochet sondern auch zweite Falte aufweist. Eigenartig ist die starke Entwicklung des Hypostyls. An den Molaren lässt sich deutliche Modellierung der Primärhöcker (der Metacon ist augenscheinlich verdoppelt) bemerken, starkes Crochet, die Crista in zwei Fältchen und starke Zemententwicklung.—Der Zahnapparat des Unterkiefers ist gut erhalten. Es sind zwei Paar Schneidezähne vorhanden (das zweite beginnt erst aus der Alveole hervorzutreten). Das erste Paar hat eine flache, in die Breite ausgezogene Krone; die Krone des zweiten Paars hat die Form einer dreikantigen Spitze, deren äussere und untere Wand leicht konvex und von Zahnschmelz bedeckt ist; die obere Wand ist konkav. Für die Backenzähne des Unterkiefers ist das Vorhandensein von modellierten Primärhöckern und von Zement charakteristisch, das die Vertiefungen mehr oder weniger ausfüllt.

Nach dem Bau des vorderen Schädelteils und des Zahnapparats kann die beschriebene Form zum Stamm der *Dicerorhinae* gezählt werden. Dies bestätigt auch der Bau des übrigen Skeletts.

Die erhalten gebliebenen (zwei) Halswirbel mit in die Höhe gezogener vorderer Gelenkfläche und gut entwickelten unteren Zweigen der Querfortsätze weisen den Habitus typischer Nashornwirbel auf.

Die in die Höhe ausgezogene Scapula gibt völlig die charakteristischen Züge der Scapula von *Rh. hundsheimensis* (2) aus derselben Gruppe wieder. Der Humerus ist sehr unvollkommen; Radius und Ulna stehen den Knochen derselben Form *(Rh. hundsheimensis)* nah; sie sind bloss weniger massiv, massiver jedoch als bei *Rh. tagicus* (3), das gewöhnlich als älteste Form dieser Gruppe betrachtet wird.

Der Carpus ist hoch bei völliger seitlicher Verlagerung (Lunatum liegt an der vorderen Wand vollkommen dem Unciforme an); das Os magnum ist hoch; das Gelenk mit den Metapodien stufenartig. Von ganz demselben Charakter, nur höher, ist der Carpus von *Rh. tagicus*, bei dem aber das Os magnum an der vorderen Wand leicht sich mit dem Os lunatum berührt; das ist eine Besonderheit dieser Form im Vergleich zur beschriebenen. Bei *Rh. hundsheimensis* ist der Carpus grösser, aber anscheinend weniger hoch.

Die Metapodien der vorderen Extremität zeichnen sich durch leichten Bau aus; sie sind noch zierlicher bei *Rh. tagicus*, dessen Mittelzeh ebenfalls sehr dünn ist (sich weniger von den seitlichen unterscheidet). Bei allen späteren Formen sind die Knochen massiver, besonders der mittlere; bei *Rh. tagicus* fehlt jedoch das Mc_V, während es bei unserer Form und bei *Rh. hundsheimensis* vorhanden ist.

Die Phalangen sind für das Nashorn typisch, recht kurz; der Fuss ist nicht ganz symmetrisch, da der vierte Zeh weniger entwickelt ist als der zweite.

Das Becken ist sehr leicht gebaut, Femur und Tibia sind von derselben Struktur bei *Rh. tagicus*—unserer Form—*Rh. hundsheimensis* und *Rh. Schleiermacheri*, und nehmen in dieser Reihenfolge an Dicke zu; sie werden massiver; behalten aber ihre Ähnlichkeit bei.

Der Tarsus ist recht hoch, der Astragalus gross. Die Achse des letzteren ist nicht perpendikulär sondern leicht geneigt zu Achse des Mt_{III}, d. h. der Fuss war leicht seitwärts und nach aussen gewandt. Der Astragalusblock ist mässig vertieft, unsymmetrisch und ohne Hals. Das Os cuboideum hat eine Berührungsfläche mit dem Mt_{III}; Cun_2 ist um das

doppelte niedriger als Cun_3; das Metapodiengelenk ist daher ganz stufenförmig. Der Tarsus von *Rh. tagicus* und *Rh. hundsheimensis* stellt, soweit seine Knochen bekannt sind, Abweichungen von unserer Form in entgegengesetzter Richtung dar. Die Metapodien der hinteren Extremitäten weisen dieselben Besonderheiten im Vergleich zu den erwähnten Formen auf, wie die vorderen.

Von den verschiedenen Stämmen des Nashornstammbaums kann, wie bereits bemerkt, die beschriebene Form am ehesten zum Stamm *Dicerorhinae* (= *Cerathorhinae* Osborn) gezählt werden, wie es in den Arbeiten Osborn's, Roman's, Ringström's u. a. angegeben ist. Dieser Stamm hat mindestens zwei Zweige: einer von ihnen, der die kleineren Formen einschliesst, ist durch starke Entwicklung der Sekundärfalten an den Kämmen der oberen Backenzähne charakterisiert; zum anderen Zweige gehören die grossen Formen mit weniger komplizierten Backenzähnen und anderen primitiveren Merkmalen, unter anderem der geringen Molarisation der Praemolaren.

Als ältester Vertreter dieses Stammes gilt gewöhnlich das *Rh. tagicus*, das in Europa am Ende des Oligocäns und zu Beginn des Miocäns vor-

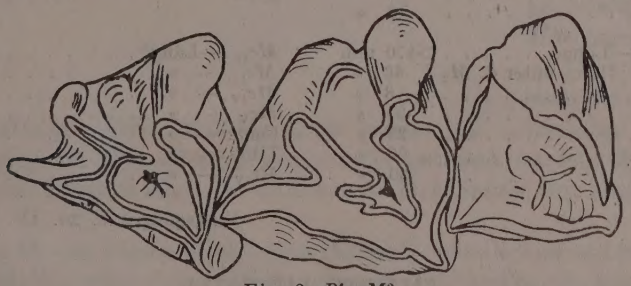


Fig. 2. P^4—M^2

kam; es weist einige Abarten auf. Für das *Rh. tagicus* sind seine noch glatten Nasenbeine mit tiefem (seitlichem) Nasenausschnitt vom Typus der ältesten Aceratherien charakteristisch und äussert sich seine Zugehörigkeit zu den «eigentlichen» Nashörnern bloss in der Anwesenheit des mit Fältchen versehenen Crochet und der Crista; zugleich sind aber seine Praemolare vollkommen molarisiert. Als folgendes Stadium wird das *Rh. sansanniensis* aus dem mittleren Miocän betrachtet, das schon ein solides Horn besitzt; diese Form ist auch von einigen Abarten vertreten, die sich in ihrer Grösse und in verschiedenem Masse vorliegender Molarisation der Praemolaren voneinander unterscheiden (Osborn legt das *Rh. sansanniensis* dem Zweige von kleinem Wuchs zu Grunde, Roman— dem Zweige von grossem Wuchs).

Der zweite Zweig des betrachteten Stammes—die grosse Form—wurde von Osborn bloss in seinen letzten Gliedern, angefangen vom *Rh. Schleiermacheri* und endend mit dem heutigen *Rh. sumatrensis*, festgestellt. Konnten noch gewisse Vertreter der Gruppe *Rh. sansanniensis* mit schwach molarisierten Praemolaren anfängliche Formen dieses Zweiges darstellen, so liess sich ihm keinesfalls das *Rh. tagicus* mit seinem in hohem Masse

spezialisierten Zahnapparat zu Grunde legen. Richtiger erscheint es, das beschriebene Nashorn *Rh. caucasicus* zu den Miocänvertreten des zweiten Zweiges zu rechnen; ist *Rh. caucasicus* auch kein unmittelbarer Vorfahr des *Rh. Schleiermacheri*, so lässt sich der Bau seines Zahnapparates, wie des ganzen vorderen Schädelteils und auch des ganzen Skeletts als tieferes Stadium desselben Typus betrachten. *Rh. caucasicus* ist ausserdem auch durch das tiefste Entwicklungsstadium der unteren Schneidezähne bei den *Dicerorhinae* charakterisiert, deren Vertreter alle zwei Paar unterer Schneidezähne besitzen. Unter anderem ist bei *Rh. tagicus* das erste Paar (es sind nur kleine Alveolen und «Ausschnitte» an der entsprechenden Stelle des zweiten Paares bekannt) weit kleiner und das zweite mehr differenziert (grösser). Überhaupt werden sowohl an den Schneide- wie an den Backenzähnen wesentlichere Unterschiede zwischen den Vertretern der beiden Zweige der *Dicerorhinae* beobachtet, als dies früher angenommen wurde.

Masse.

P^1—Länge	22 mm	M_1—Länge	39 mm
P^2— »	28 »	M_2— »	46 »
P^3— »	33 »	Scapula, Gelenk	75×58 »
P^4— »	34 »	Humerus—Länge	400 »
M^1— »	47 »	Radius — »	330 »
M^2— »	50 »	Ulna — »	>380 »
M^3— »	53 »		
Unterkiefer—Länge	>470 mm	Mc_{II} —Länge	148 mm
» Höhe unter d. M_2	68 »	Mc_{III} — »	168 »
I_1 —Länge	8 »	Mc_{IV} — »	137 »
I_2 — »	30 »	Mc_V — »	29 »
P_2— »	24 »	Femur— »	450 »
P_3— »	26 »	Tibia — »	375 »
D_4— »	30 »	Mt_{IV} — »	144 »

Eingegangen b. 20. IX. 1935.

ZITIERTE LITERATUR

[1] A. Borissiak, Palaeobiologica II, 1929 Lief. 1—3. [2] Fr. Toula, Abth. K.-K. geol. Reichsanst XIX, Heft. 1, 1902. [3] F. Roman, Tr. Laborat. géol. Fac. Sc. Lyon, VII, M. 6, 1924.